



# Allievi e insegnanti di fronte agli errori

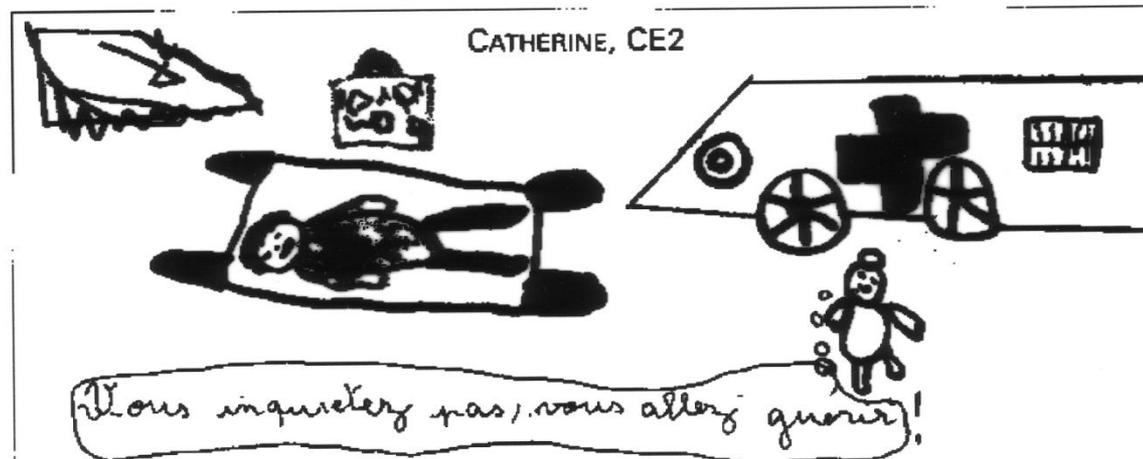
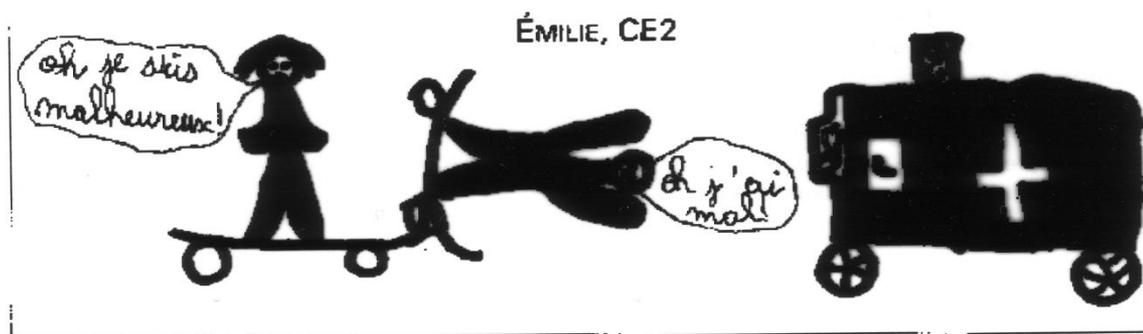
Come reagiscono?

Piste per l'analisi e l'azione



# **SUL VERSANTE ALLIEVI**

# Ciò che rappresenta la parola “errore”



*Disegni prodotti da allievi di 9 anni per illustrare ciò che rappresenta, secondo loro, la parola errore (riportato da Joël Briand e Marie-Claude Chevalier in Les enjeux didactiques dans l'apprentissage des mathématiques, Hatier)*

# L'errore è spesso vissuto dagli allievi in modo doloroso

- E' assimilato ad un insuccesso o ad una colpa.
- E' sorgente di angoscia e può bloccare l'allievo che ha paura di sbagliarsi ... e anche l'adulto, sia esso ministro di fronte alla «regola del tre» posta da una giornalista :

*Sapendo che 4 penne valgono 2,42 €, quanto valgono 14 penne?*

*«Non lo so fare, è spaventoso...me lo faccia vedere!».*

# La paura di sbagliare ...

*Nel suo salvadanaio, Aki ha solo monete da 20 e 50 centesimi.*

*In tutto ha 13 monete che rappresentano 5 euro.  
Quante monete di ciascun tipo possiede?*

- Suggestimento all'allievo «bloccato» :

*Prova con 4 monete da 20c e 9 monete da 50c*

- Smarrimento dell'allievo di fronte al risultato: è falso!
- Per lui, ogni calcolo deve dare un risultato “esatto”...l'idea che a scuola si possano fare delle ipotesi gli è estranea.

# Gli allievi francesi e PISA...

- La paura di rispondere «sbagliato» conduce ad un numero maggiore di «non risposta» (15,7 %) rispetto alla media dei paesi dell'OCDE (12,9 %)
- Un sentimento di angoscia(PISA 2003)

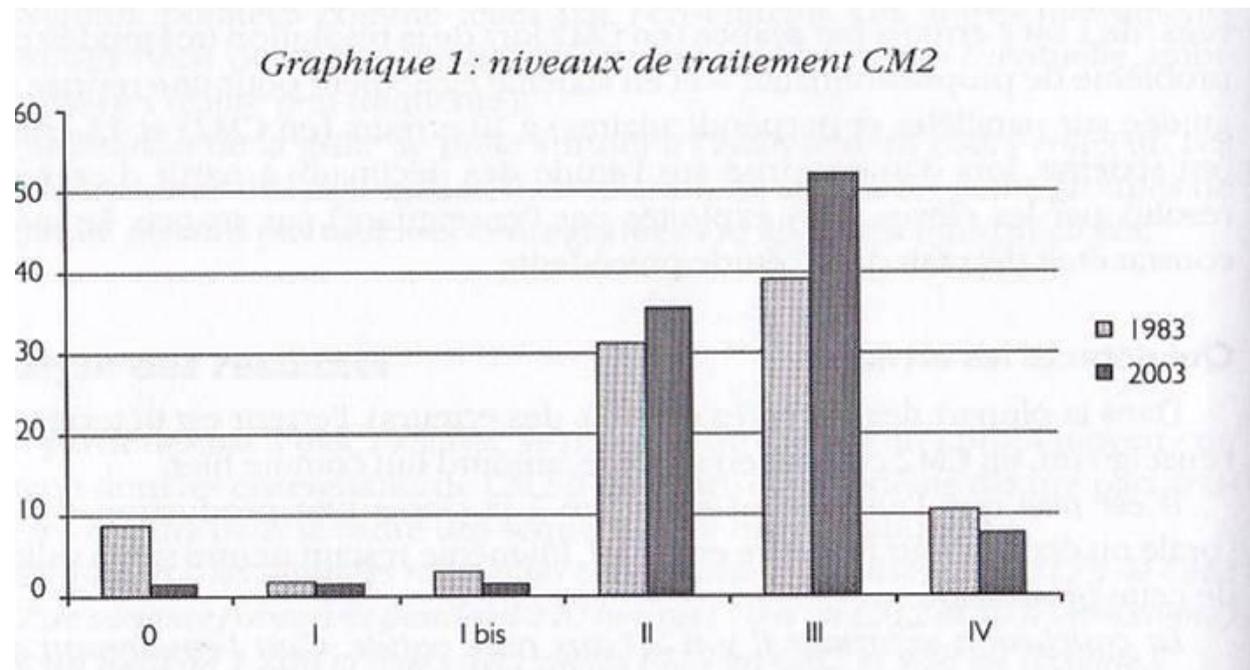
	Francia	Finlandia	Olanda
Sono molto teso(a) quando devo svolgere un compito	53 %	7 %	7 %
Divento molto nervoso(a) quando svolgo un compito	39 %	15 %	16 %
Mi sento perso(a) quando provo a risolvere un problema	39 %	26 %	17 %
Mi preoccupa all'idea di avere dei brutti voti	75 %	51 %	44 %



# **SUL VERSANTE DEGLI INSEGNANTI**

Da un'inchiesta dell'INRP nelle classi di 5a primaria e di la scuola secondaria di primo grado

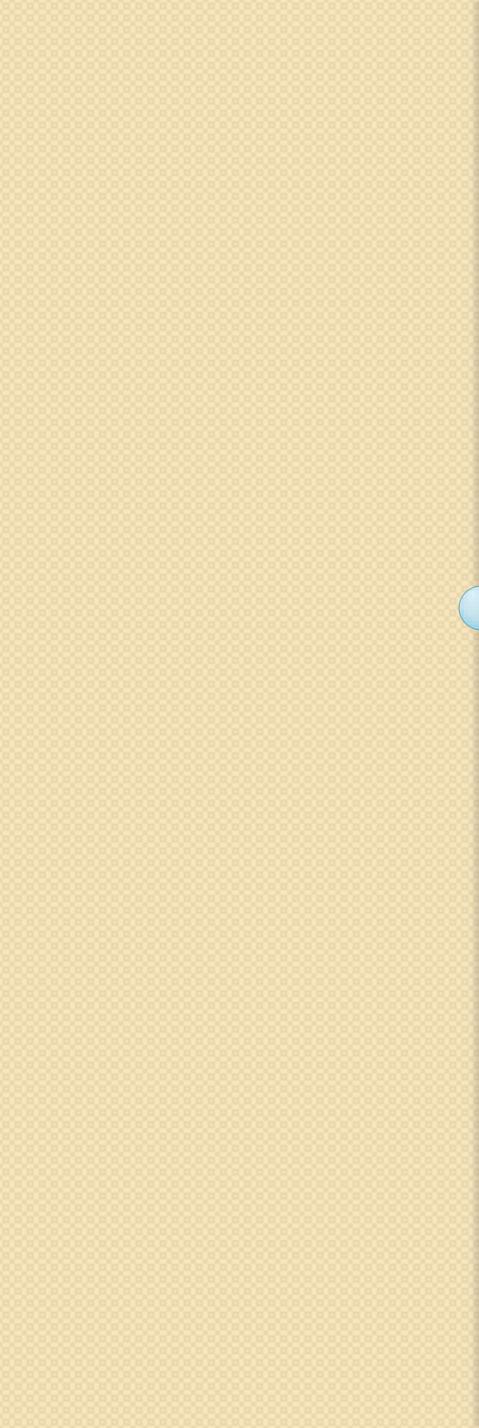
- Gli errori sono individuati dall'insegnante (nel 90 % dei casi)
- Essi sono, nella maggior parte dei casi, interpretati in riferimento ad un sapere (definizione, proprietà...) o ad un saper-fare (regola) mal padroneggiati e non in riferimento alla comprensione dei concetti in gioco (*niveau IV*)



- **Si consacra poco tempi a «scorticare» gli errori:** in media, una volta individuato un errore, ci sono meno di 2 interventi
- **Molto spesso, l'errore è sostituito immediatamente dalla risposta corretta, frequentemente richiesta ad un allievo «che sa»**
- **Quando c'è una spiegazione, questa è spesso fornita dall'insegnante.**

# In sintesi...

- **C'è una ripartizione dei ruoli:** agli allievi compete «rispondere bene» e agli insegnanti spiegare
- L'errore, globalmente, non è considerato come un supporto possibile d'apprendimento.



# **SUL VERSANTE DELLA DIDATTICA**

Piste per capire gli errori degli allievi

# Una posizione sull'apprendimento

- *Nessun apprendimento importante si è costruito senza una storia, personale e collettiva, senza «errori» o senza carenze provvisorie.*
- *Analogamente, nessun insegnamento in matematica può funzionare come discorso assiomatico, compiuto e privo di errori.*
- *Non c'è pensiero senza comprensione, dunque senza diritto agli errori di pensiero e senza una pratica laica dell'errore.*

Guy Brousseau, L'erreur en mathématiques du point de vue didactique,  
Tangente Education, n° 7, janvier 2009



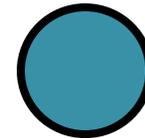
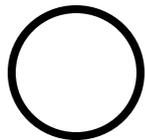
# Analisi degli errori... e concezioni sull'apprendimento e l'insegnamento

# Concezione trasmissiva

*Colui che sa trasmette a colui che non sa.*

*L'allievo non sa*

*L'allievo sa*



*Comunicazione del sapere*

Esempi:

corsi ex cattedra, conferenze

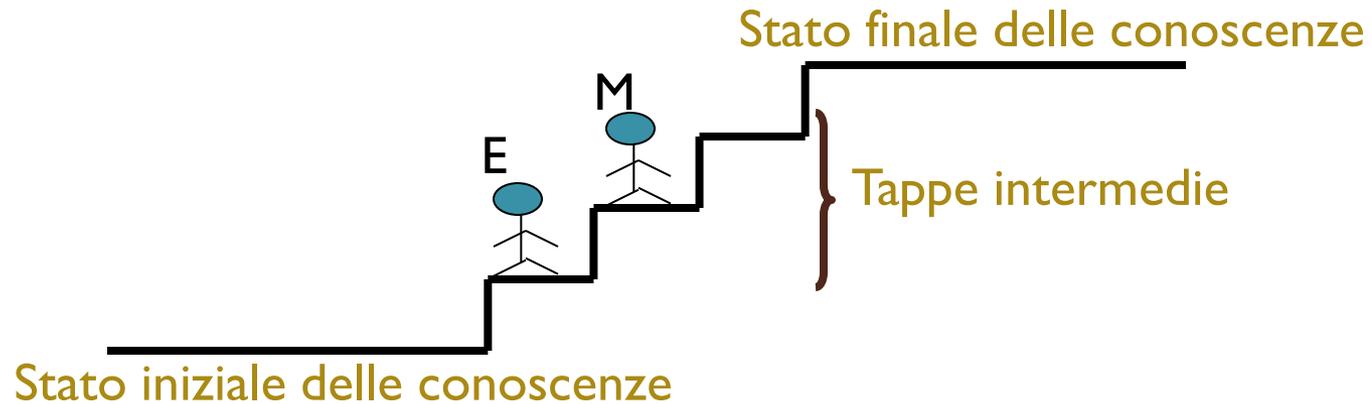
corsi "dialogati"

# Analisi e trattamento degli errori

- **Difetti nella comunicazione**
  - L'insegnante ha spiegato male
  - L'allievo non ha ascoltato, non ha appreso ...
- **Ripresa della spiegazione, degli esercizi...**

# Concezione behaviorista

*Colui che sa guida colui che non sa.*



Esempi:

insegnamento per "piccoli passi"

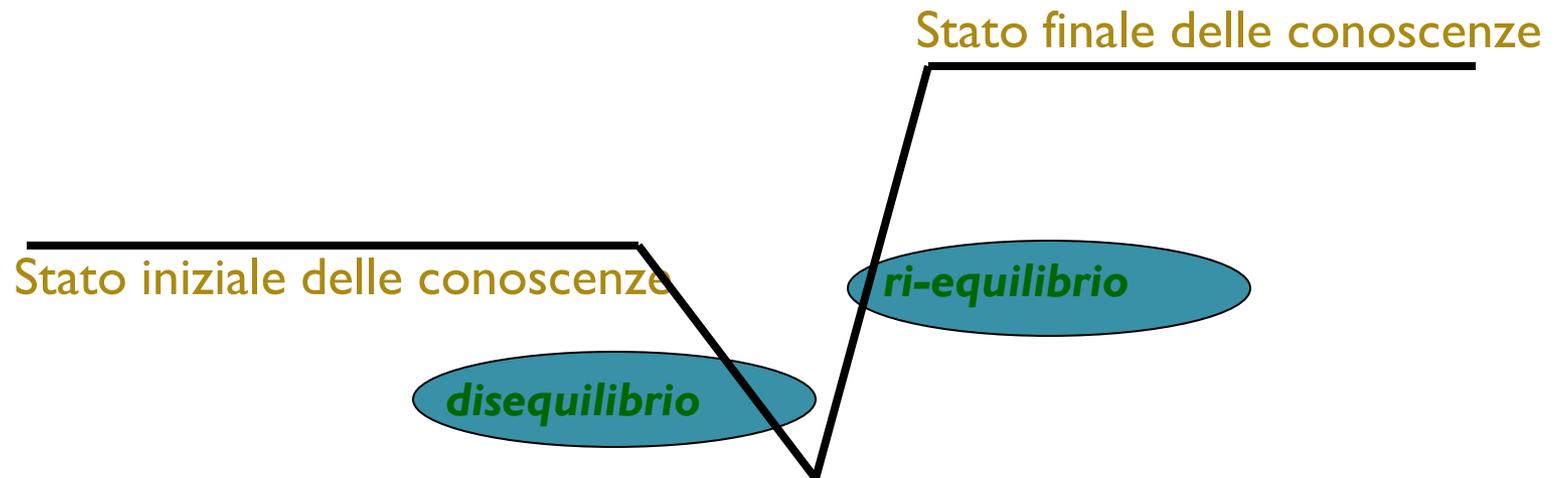
insegnamento programmato

# Analisi e trattamento degli errori

- In termini di carenze, di lacune...
- Rinforzo, migliore gradualità delle difficoltà...

# Concezione socio-costruttivista

*Colui che sa propone un problema la cui risoluzione e il confronto con altri permette l'evoluzione delle conoscenze.*



Esempio :

insegnamento tramite risoluzione di problemi



# Il caso della risoluzione di problemi

# Differenti tappe della risoluzione

- Appropriazione del compito: enunciato, consegne
- ↕
- Elaborazione di una rappresentazione della situazione, dell'obiettivo da raggiungere, del tipo di lavoro
- ↕
- Elaborazione di una procedura di risoluzione
- ↕
- Messa in opera e esecuzione della procedura
- ↕
- Interpretazione del risultato
- ↕
- Comunicazione della risposta (risultato, spiegazione...)

*Necessità di controlli a ciascuna tappa  
e ritorno sulle tappe anteriori*

Il cuoco della refezione ha ricevuto 50 mele.  
 Prepara delle ceste di 8 mele ciascuna. Quante  
 ceste può preparare? Quante mele mancano per  
 preparare una cesta in più?

1<sup>a</sup> rappresentazione  
 della situazione:

50 ceste con 8 mele

2<sup>a</sup> rappresentazione  
 della situazione:

Riempire le ceste con 8  
 mele, fino a 50 mele

Interpretazione  
 corretta

REPONSE N°1

50  
 $\times 8$   
 ---  
 400

8  
 + 8  
 + 8  
 + 8  
 + 8  
 ---  
 32

+ 8  
 + 8  
 + 8  
 + 8  
 ---  
 64

64  
 - 18  
 ---  
 46

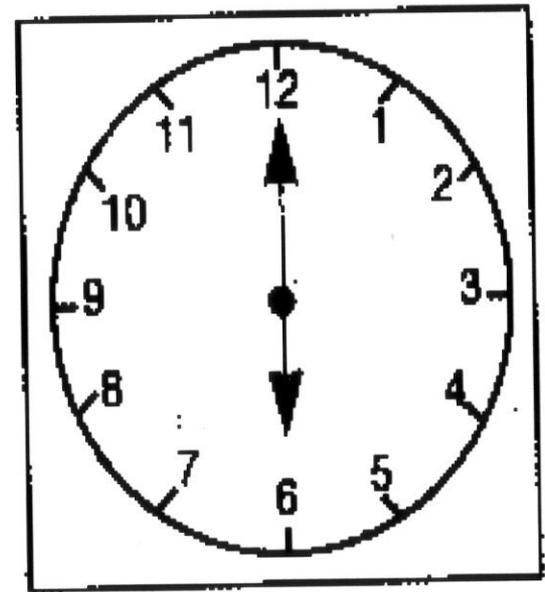
56  
 - 18  
 ---  
 48

Il faut 6 ceste et il en reste  
 2 pommes il lui manque 6 pommes

Conoscenze pragmatiche: che cos'è una questione scolastica?

c) Che ora è?

Risposta: sono le *11h 15*.

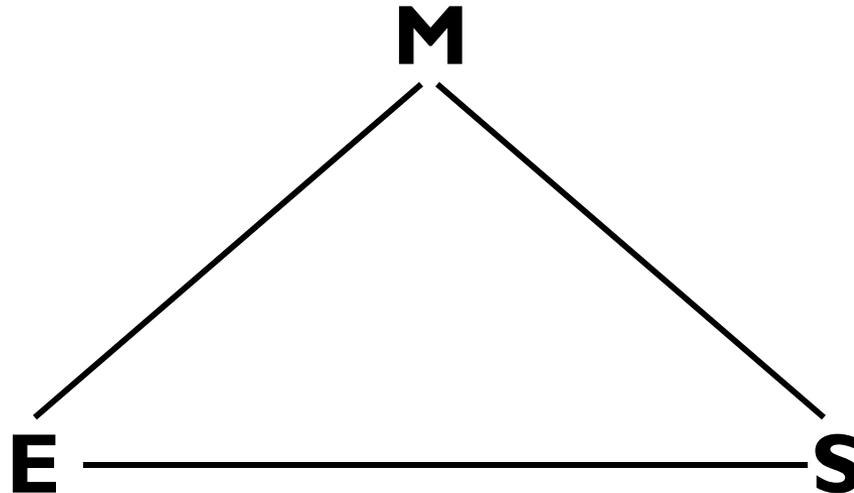


Exemple emprunté à Briand-Chevalier (Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques, Hatier, 1995)



# Origini possibili degli errori

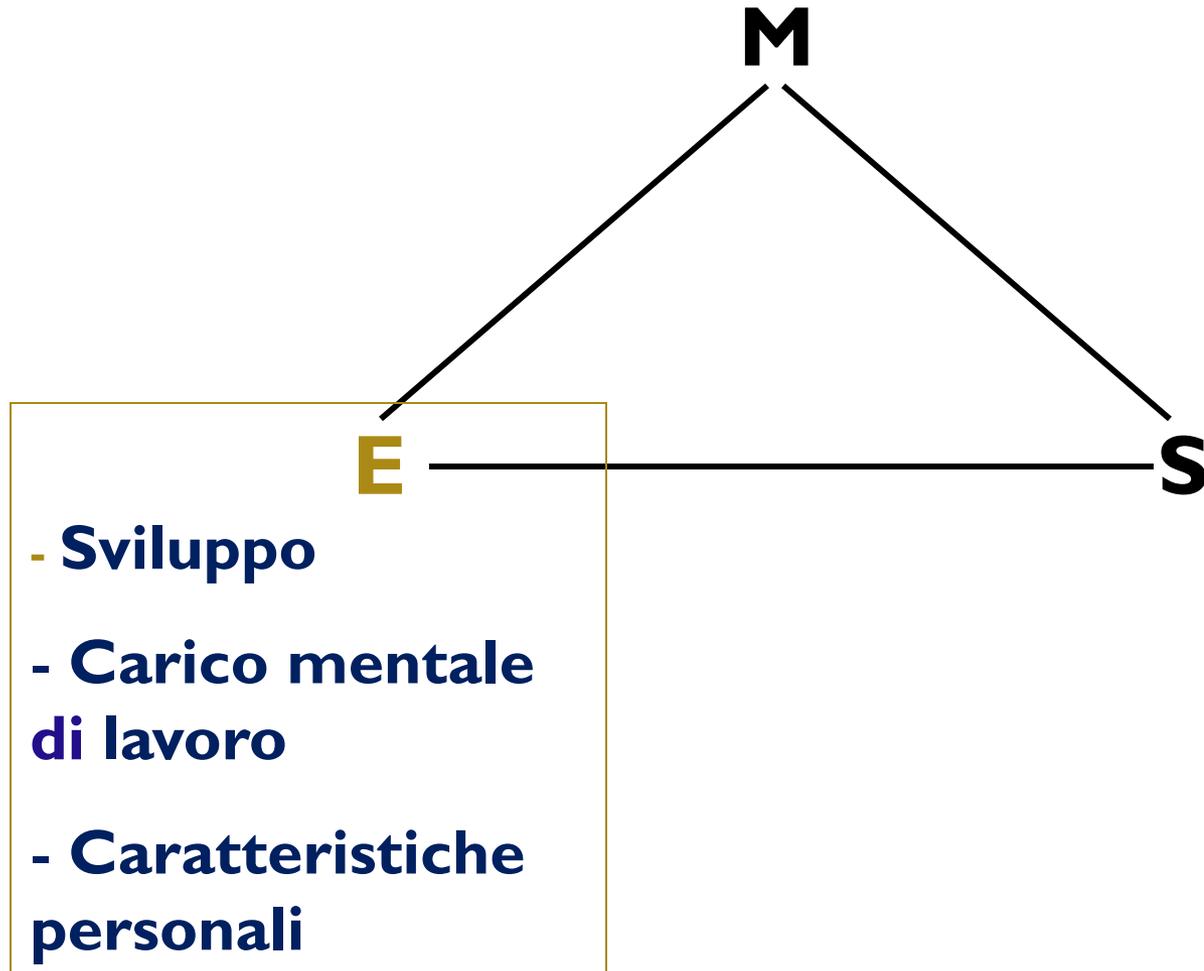
# Lo schema didattico



# Tre piste

- Limitazioni del soggetto che apprende
- Conoscenze e concezioni dell'allievo relative ad un ambito del sapere
- Esperienze anteriori dell'allievo
  - sociali
  - scolastiche

# Limitazioni del soggetto



# Sviluppo: esempi



A

*B lungo quanto A*



B



*B più lungo di A*



*Più pedine che carte*



- Pierre ha 7 figurine. Ne dà 3 a Jacques.
- *Quante ne ha adesso?*
  
- Oggi Pierre ha giocato due volte al gioco di biglie. Stamattina, ha vinto 3 biglie. Ha giocato di nuovo questo pomeriggio. Ora ha 7 biglie in meno di quelle che aveva arrivando a scuola. *Che cosa è successo questo pomeriggio?*

# Carico mentale di lavoro

## Memoria a lungo termine

- Risultati memorizzati	- Algoritmi di calcolo - Proprietà	- Schemi di problemi / schemi di risoluzione
-------------------------	---------------------------------------	--

## Memoria di lavoro

- Dati - Risultati intermedi	- Calcolo relazionale - Rappresentazione del problema	- Programmi di calcolo: esecuzione e controllo
---------------------------------	--	---

## Esempio (9 anni)

Vengono messe 157 uova in scatole da 12.  
Quante scatole potranno essere riempite?

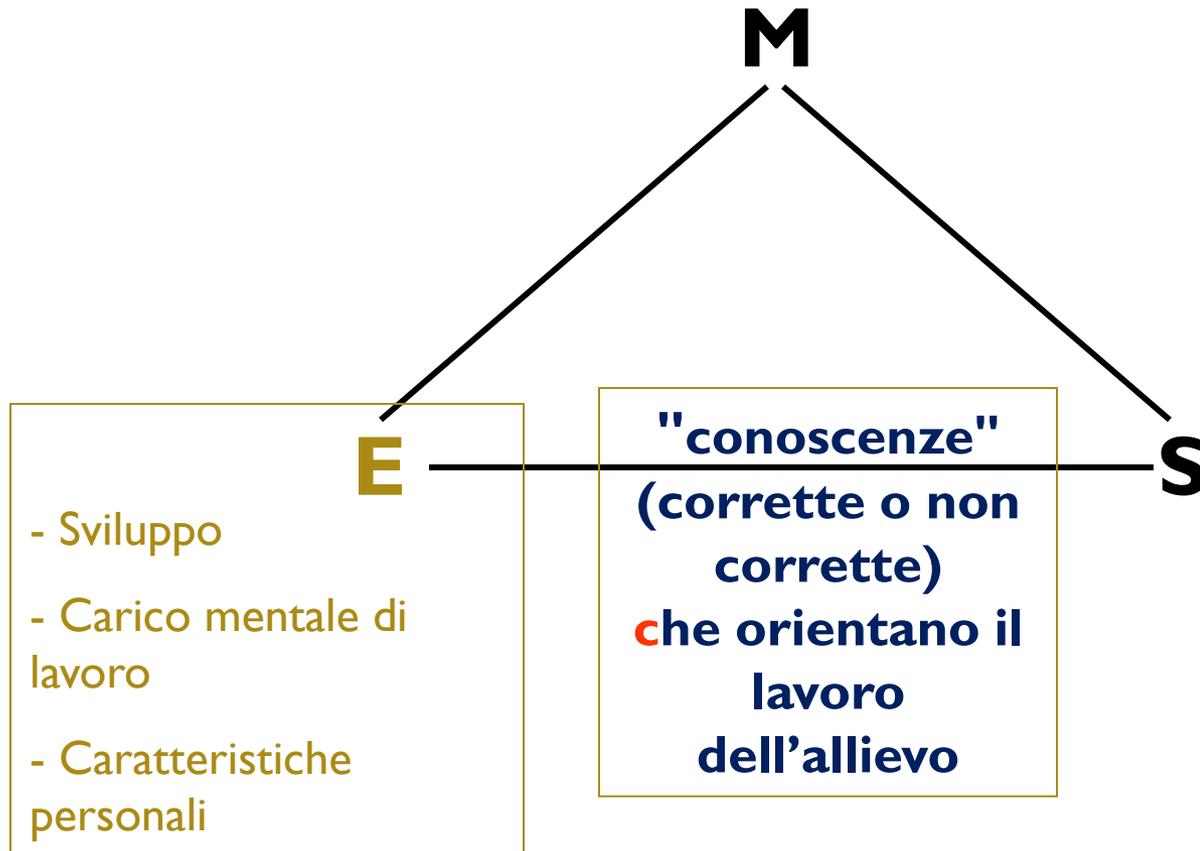
$$12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 60$$

$$60 + 60 = 120$$

$$120 + 37 = 157$$

*Ci saranno 157 scatole piene.*

# Conoscenze e concezioni dell'allievo



# Esempio I

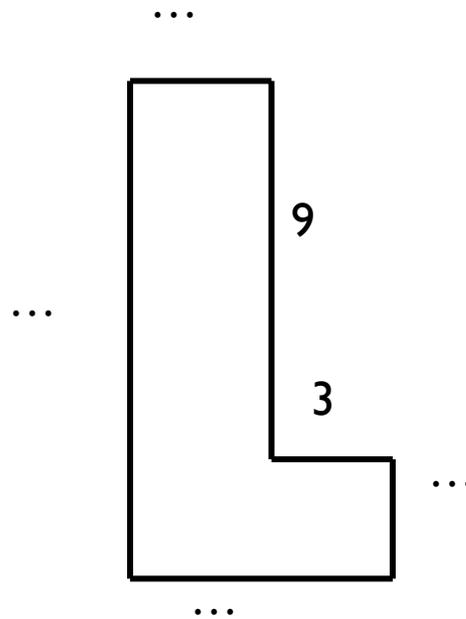
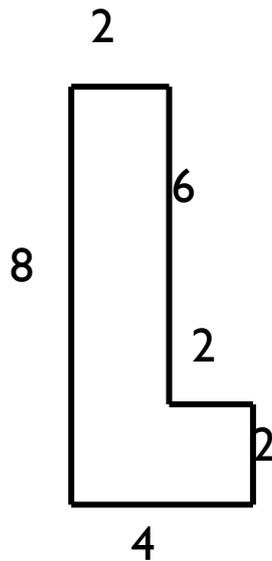
- $2,5 < 2,42$
- $7,24 - 4,3 = 3,21$

Decimale = coppia di interi

# Esempio 2 :

Ingrandire una figura ... (fine scuola primaria)

Il secondo disegno è un ingrandimento del primo.  
Indica le misure che mancano.



Certi allievi rispondono  
**aggiungendo...**

**1 per i lati orizzontali**

**3 per i lati verticali**

# Esempio 3

**LOGOS** (Finale 2005, 13° RMT)

Una grande impresa internazionale di attività ricreative ha creato un logo autoadesivo per la sua pubblicità.

Il modello “Mini” di 24 cm di altezza.

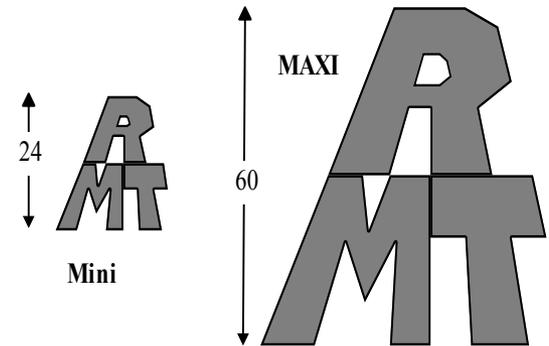
Il modello “MAXI”, di 60 cm di altezza.

I due modelli vengono stampati su fogli di plastica con colori cangianti e con riflessi metallizzati, poi ritagliati con la pressa e spediti a lotti di 10, 20, 40, 50 o 100 modelli.

Un lotto di 100 modelli “Mini” pesa 450 g

**Quanto pesa un lotto da 40 modelli “MAXI”?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**



La maggior parte delle risposte (allievi da 13 a 15 anni) si basano sul fatto che il peso è proporzionale all'altezza e non all'area.

# Teorema in atto (G.Vergnaud)

Teorema che l'allievo sembra considerare come vero (implicitamente o esplicitamente) e che egli utilizza in certe azioni.

Ha sovente un ambito di validità, ma produce risultati errati al di fuori di tale ambito.

# Ostacolo (Brousseau)

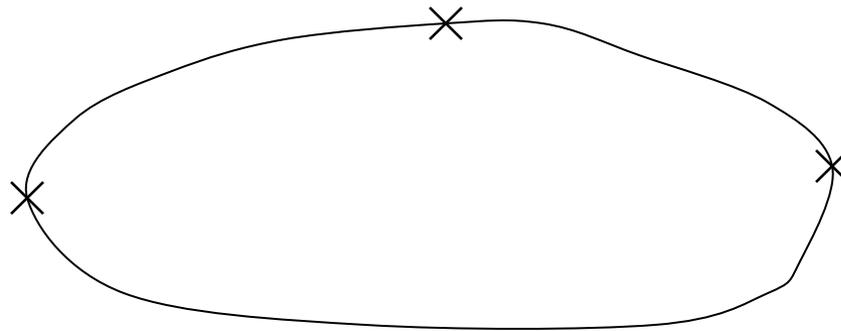
Conoscenza erronea che funziona in certi ambiti d'azione e fallisce in altri ... e produce errori riproducibili e persistenti (anche dopo un apprendimento). Il superamento dell'ostacolo presuppone il rifiuto di tale conoscenza ed è costitutivo dell'apprendimento.

# Rappresentazione mentale

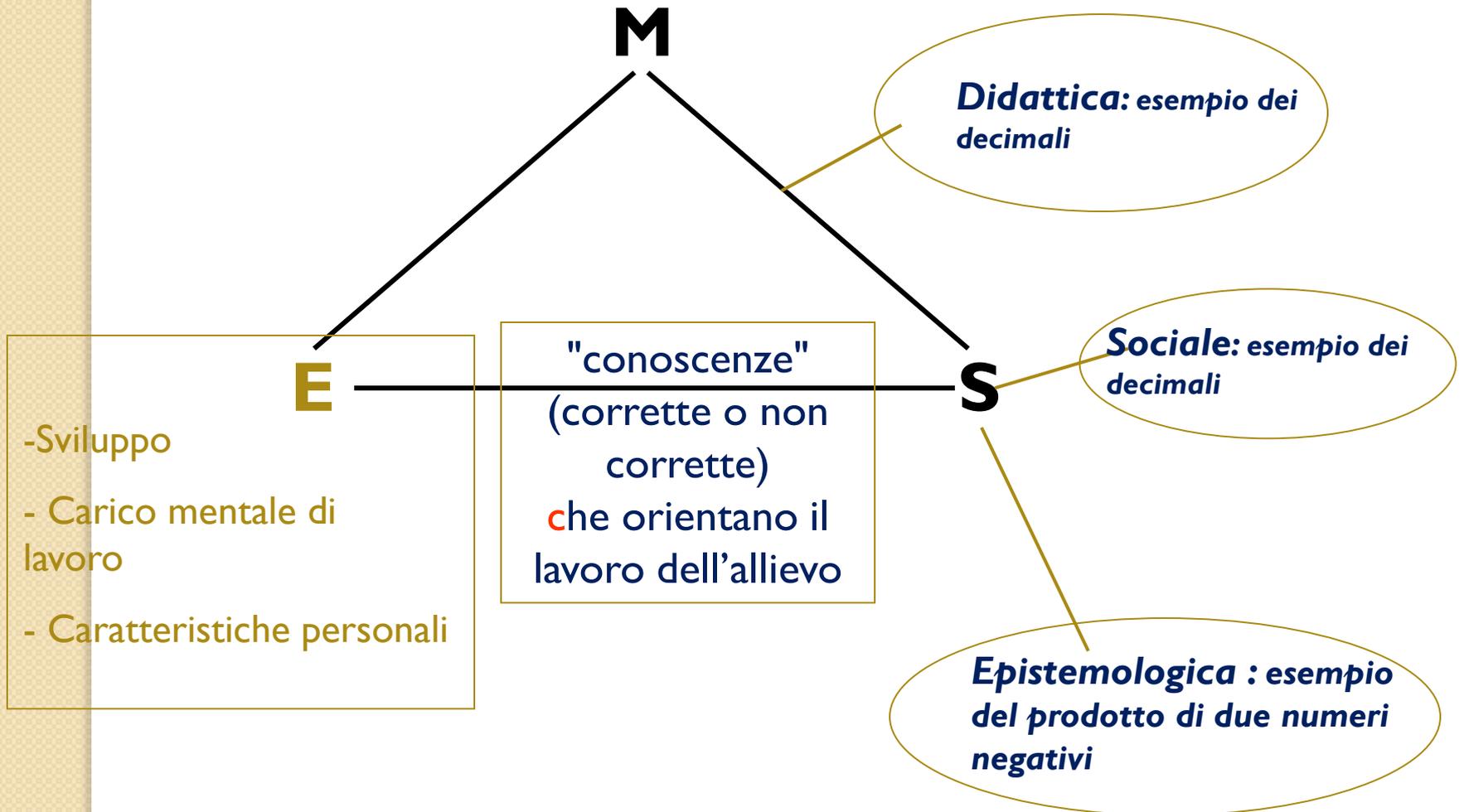
Quanti cerchi passano per tre punti?

*Dipende dai punti ... Per esempio, vedete la testa dei punti in questo caso*

Un allievo su due in terza di scuola superiore



# Origine delle concezioni

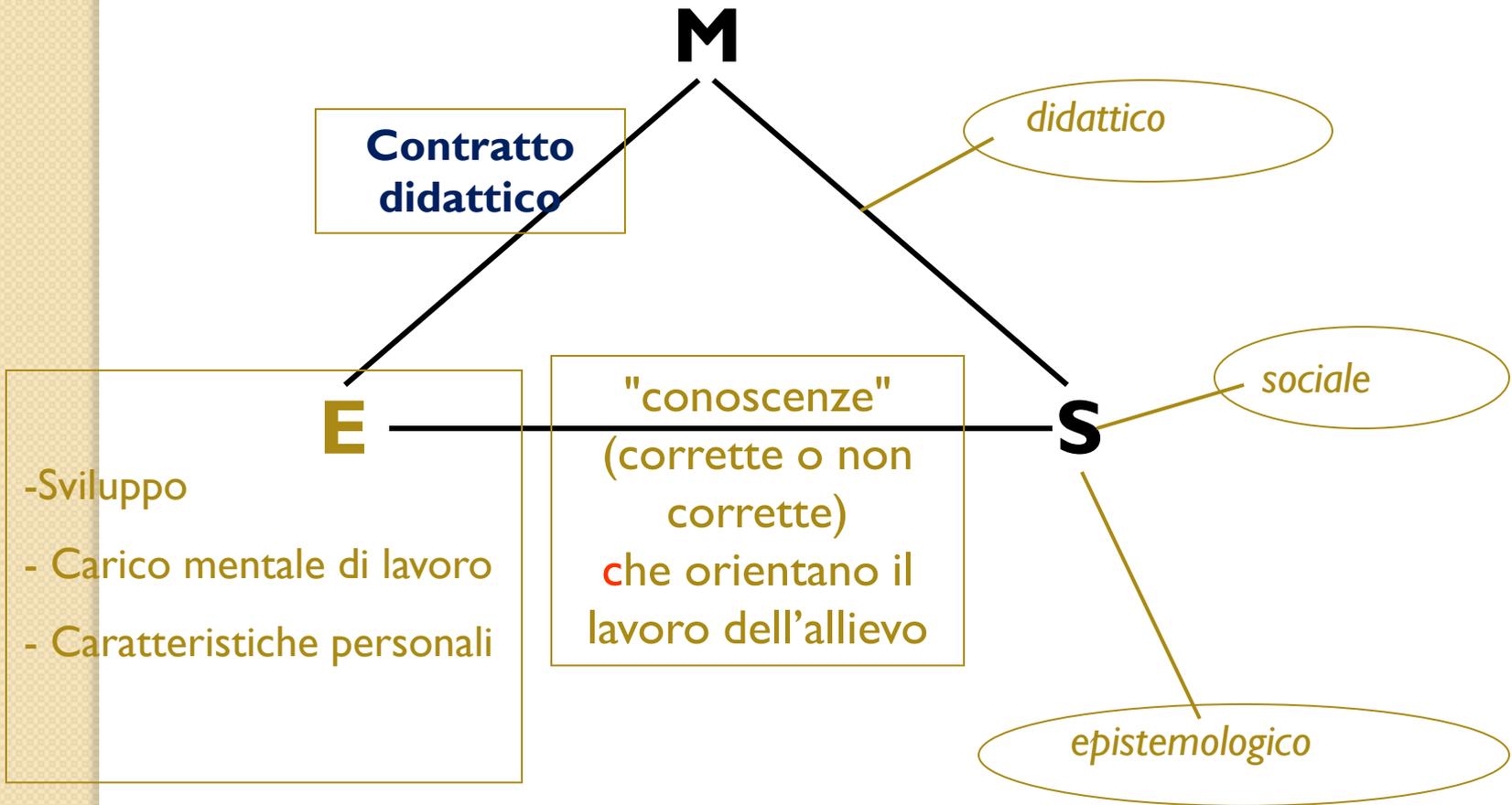


# Superamento di un ostacolo

*presa di coscienza*  
*superamento*

- Provocare **conflitto fra risposta** apportata tramite la messa in opera della concezione e **situazione** "che risponde" (situazione-problema)
- Provocare **dibattito argomentativo** tra allievi aventi **concezioni** differenti

# Regole del contratto didattico



## Contratto didattico (Brousseau)

- Nel corso di una lezione avente per obiettivo l'insegnamento di una conoscenza determinata, l'allievo interpreta la situazione che gli viene presentata, le domande che gli vengono poste, le informazioni che gli vengono fornite, i vincoli che gli sono imposti... in funzione di ciò che l'insegnante riproduce coscientemente o no, in modo ripetitivo nella sua pratica di insegnamento.
- Nell'interessarsi in modo particolare a ciò che, abitualmente, è specifico delle conoscenze insegnate, diciamo **contratto didattico** l'insieme dei comportamenti (specifici) dell'insegnante che sono attesi dall'allievo e l'insieme dei comportamenti dell'allievo che sono attesi dall'insegnante...
- Questo contratto è dunque «ciò che determina esplicitamente, per una piccola parte, ma soprattutto implicitamente, ciò che ogni membro deve gestire e di cui bisognerà, in un modo o nell'altro, rendere conto all'altro».

# Regole generalizzate "abusivamente"

- I problemi posti fanno intervenire le conoscenze recentemente studiate (effetto "titolo del capitolo")
- Bisogna utilizzare tutti i dati numerici dell'enunciato
- Un problema ammette sempre una risposta ... ed una sola
- Questa risposta è il risultato di un calcolo

# Esempio (éva CE2)

Scrivi, nell'ordine giusto, ciascun numero al posto che gli compete.

367

582

309

300		400		500		600
-----	--	-----	--	-----	--	-----

300	309	400	367	500	582	600
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

# Per concludere...

*Il problema della fecondità dell'errore non può essere compreso senza una certa verità nella teoria che ha prodotto l'errore.*

Edgar Morin, Science avec conscience, Paris (Fayard, 1982)