

13° Rally Matematico Transalpino, prova finale

N	titolo	3	4	5	6	7	8	9	Ar.	Alg.	Gé.	Lo.	Co.	Orig.
1	Le marmellate	3											X	GE
2	Addizioni in codice	3	4						XX					BB
3	Gli astucci	3	4						XX					PR
4	Tanti quanti	3	4	5							X			BB
5	Le Biglie	3	4	5					X				X	PR
6	I due rettangoli		4	5	6						XX			C.I.
7	Carte quadrate		4	5	6				X			X		BB
8	Una crescita straordinaria			5	6	7			X					AO
9	Occhio ai Sassi			5	6	7			X		X			GE
10	La differenza più piccola			5	6	7			X			X		BB
11	I quadrilateri				6	7	8	9			XX			PR
12	Le ballerine				6	7	8	9				XX		PR
13	I golosi					7	8	9			XX			TI+CI
14	A tavola insieme					7	8	9				X	X	SI+PR
15	La torre di Transalpino						8	9	X		X			C.I.
16	Il serpente miope						8	9	X		X			C.I.
17	Il logo						8	9	X		X			C.I.

I problemi del RMT sono protetti da diritti di autore.

Per un'utilizzazione in classe deve essere indicata la provenienza del problema inserendo la dicitura "©ARMT".

Per un'utilizzazione commerciale, ci si può mettere in contatto con i coordinatori internazionali attraverso il sito Internet dell'associazione del Rally Matematico Transalpino (<http://www.armtint.org>).

1. LE MARMELLATE (Cat. 3)

Una contadina del paese di Boscoverde prepara cinque tipi di marmellata: alle castagne, all'albicocca, ai fichi, al melone, ai pomodori verdi. Prepara dei barattoli e li vende ai turisti. Un cliente compra due barattoli di marmellata di diverso sapore.

Quali tipi di marmellata può aver acquistato?

Indicate tutti i modi possibili di comprare due tipi diversi di marmellata.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

Aspetti intuitivi di combinatoria

Analisi del compito

- Attivare una procedura per contare attraverso un'elencazione sistematica, oppure con un disegno
- Contare le diverse possibilità e arrivare a trovare che sono 10 (escluse le simmetriche):
CA - CF - CM - CP - AF - AM - AP - FM - FP - PM

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta esatta: 10 combinazioni senza ripetizione con elenco dettagliato o disegno
- 3 Elencazione di 9 casi senza ripetizione
- 2 Elencazione di tutti i casi possibili senza tener conto della simmetria (20)
oppure da 6 a 8 combinazioni senza ripetizioni
oppure 10 o 9 combinazioni con in più qualche ripetizione
- 1 Inizio di ricerca o elencazione di al massimo cinque casi
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3

Origine: Genova

2. ADDIZIONI IN CODICE (Cat. 3, 4)

Nella tabella seguente, sono indicate addizioni in orizzontale e in verticale.

Ciascuna delle figure (il tondo, il quadrato, la stella, il triangolo e il rombo), sostituisce sempre uno stesso un numero.

●	+	★	+	▲	+	★	=	9
+		+		+		+		
●	+	●	+	■	+	●	=	9
+		+		+		+		
■	+	★	+	◆	+	▲	=	13
9		5		12		8		

Trovate quali sono i numeri da mettere al posto delle figure affinché tutte le addizioni siano giuste.

Mostrate come avete fatto per trovare questi numeri.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione
- Logica: organizzare e gestire un ragionamento

Analisi del compito

- Capire che due simboli differenti rappresentano due numeri differenti
- Procedere per tentativi attribuendo dei valori ai diversi simboli, effettuare le addizioni e confrontare i risultati con i numeri scritti alla fine delle righe e delle colonne.

Oppure, osservare che per passare dalla prima colonna alla seconda riga, si aggiunge il cerchio, da cui il suo valore: $9 - 6 = 3$.

Nello stesso modo si trova il triangolo come differenza tra la prima riga e la seconda colonna, dunque 4, si trova la stella confrontando la terza riga e la terza colonna e poi il quadrato togliendo alla seconda riga tre cerchi. Per finire, il rombo sarà calcolato per esempio nella terza colonna.

Oppure procedere per ipotesi e deduzioni. Per esempio, attribuire il valore 1 al cerchio e dedurre, utilizzando la prima colonna, che il quadrato vale allora 4. Sostituire il cerchio con 1 e il quadrato con 4 nella seconda riga e verificare che la somma non è 9. Ricominciare quindi con un altro valore per il cerchio.

Arrivare infine alla soluzione: cerchio: 3, quadrato: 0, stella: 1, triangolo: 4, rombo: 8.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (cerchio: 3, quadrato: 0, stella: 1, triangolo: 4, rombo: 8) con descrizione del procedimento
- 3 Risposta corretta (i cinque valori esatti) senza descrizione del procedimento oppure quattro valori esatti con descrizione del procedimento
- 2 Quattro valori esatti senza descrizione del procedimento
- 1 Tre valori esatti senza descrizione del procedimento oppure due valori esatti con descrizione del procedimento
- 0 Incomprensione del problema o uno o due valori esatti senza descrizione del procedimento

Livello: 3 - 4

Origine: Bourg-en-Bresse

3. GLI ASTUCCI (Cat. 3, 4)

Cinque astucci sono esposti nella vetrina del cartolaio.

Ecco i cartellini dei prezzi



Dopo qualche giorno, il cartolaio ne ha venduto quattro: uno ad Andrea, uno a Bernardo, uno a Carla ed uno a Davide.

- Andrea ha pagato solo con monete da 2 euro e non ha ricevuto resto,
- Bernardo ha speso tre euro più di Carla,
- Davide ha pagato con due banconote da 5 euro e ha ricevuto del resto.

Qual è il prezzo dell'astuccio che ha comprato Andrea?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, sottrazione
- Logica: deduzioni

Analisi del compito

- Capire i vincoli del problema e le loro conseguenze:
 Andrea non può aver comprato né l'astuccio da 13 € né quello da 5 €
 Bernardo e Carla hanno pagato rispettivamente 8 € e 5 € oppure 13 € e 10 €
 Davide non ha pagato né 5 € (ha dato due biglietti da 5 €), né 10 € (ha avuto del resto), né 12 € né 13 € (2 biglietti da 5 € non sarebbero stati sufficienti), quindi l'astuccio di Davide costa 8 €.
 Di conseguenza Bernardo e Carla hanno speso rispettivamente 13 € e 10 €, dunque l'astuccio di Andrea costa 12€
- Oppure capire subito che l'ultima condizione consente di ricavare subito il prezzo dell'astuccio di Davide, di conseguenza sono fissati anche i prezzi di quelli di Carla e Bernardo e infine si determina quello di Andrea come l'unico numero pari rimasto a disposizione.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (12 €) con spiegazione completa
- 3 Risposta corretta con spiegazione incompleta o poco chiara (per esempio non fornisce tutti gli elementi del ragionamento)
- 2 Risposta corretta senza alcuna spiegazione
oppure risposta con un solo errore, ma con spiegazione
- 1 Inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

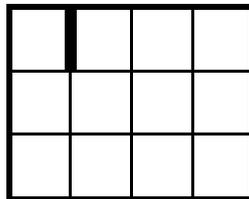
Livello: 3 - 4

Origine: Parma

4. TANTI QUANTI (cat. 3, 4, 5)

Amanda vuole suddividere questo rettangolo in due parti con lo stesso numero di quadrati, ma non necessariamente con la stessa forma. Tutti i quadrati devono rimanere interi e quindi occorre seguire le linee della quadrettatura.

Amanda ha cominciato la suddivisione, segnando il primo trattino (più spesso sulla figura):



Continuate la suddivisione cominciata da Amanda.

Trovate tutti i modi per continuare la suddivisione di Amanda e ottenere due parti aventi lo stesso numero di quadrati.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria

Analisi del compito

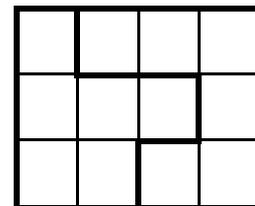
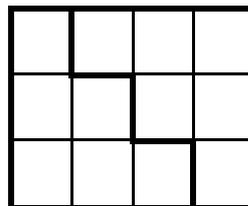
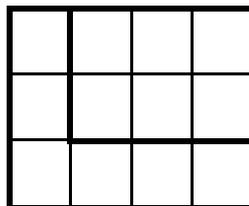
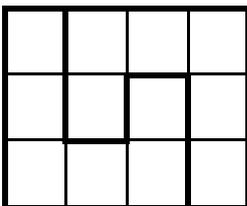
- Procedere per tentativi suddividendo il rettangolo in due parti e contando il numero di quadrati contenuti in ciascuna delle due parti.

Oppure: continuare il tracciato cominciato da Amanda controllando contemporaneamente il numero di quadrati da una parte e dall'altra della linea che si sta tracciando.

Oppure: contare il numero di quadrati contenuti nel rettangolo, dividerlo per 2 e tracciare una linea in maniera da far apparire una parte contenente esattamente 6 quadrati.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta: le sole 4 possibilità giuste:



- 3 Le 4 possibilità corrette ed 1 errata (parti non equivalenti, suddivisione che non segue le linee, ripetizione)
oppure 3 possibilità corrette, senza alcuna soluzione errata

- 2 3 possibilità corrette ed 1 errata
oppure 2 corrette, senza risposte errate
oppure 4 possibilità corrette con più di una risposta errata

- 1 2 possibilità corrette con una o più risposte errate
oppure 1 possibilità corretta con o senza risposte errate
oppure 3 possibilità corrette con più di una risposta errata

- 0 Assenza di possibilità corrette o incomprensione del problema

Livello: 3 - 4 - 5

Origine: Bourg-en-Bresse

5. BIGLIE (Cat. 3, 4, 5)

Anna, Bea e Carlo hanno giocato con le biglie e sfidato altri bambini.

In tutto, loro tre ne hanno vinte 20.

Carlo ha vinto il doppio di biglie di Bea.

Anna non ha vinto più biglie di Bea.

Quante biglie può aver vinto ogni bambino?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale:**

- Aritmetica: addizione, scomposizione in addendi

Analisi del compito

- Cominciare la ricerca fissando il numero di biglie di Bea. Ad esempio se Bea ha 1 biglia, 2 sono le biglie di Carlo, ma Anna ne può aver vinto solo 1, dunque la somma non è 20, se Bea ha 2 biglie, Carlo ne ha 4 ed Anna ne può avere 1 o 2, ma in ogni caso la somma è minore di 20 e così via fino a trovare le due soluzioni: 5 biglie per Bea, 10 per Carlo e 5 per Anna oppure 6 per Bea, 12 per Carlo e 2 per Anna.

- Si verifica poi che aumentando il numero di biglie di Bea si ottiene una somma superiore a 20.

Oppure, capire che il numero di biglie di Carlo è pari. Cominciare col fare una scelta del numero di biglie di Carlo: capire che 20, 18, 16 e 14 sono troppe, assegnare a Carlo 12 biglie e, con le altre condizioni, trovare quelle di Bea (6) e quelle di Anna (2). Poi assegnare a Carlo 10 biglie per cui Bea ne avrà 5 e ad Anna, per differenza da 20, ne rimarranno ugualmente 5, ed infine constatare che per i numeri pari successivi, 8, 6,...il numero di biglie di Anna sarà maggiore di quello di Bea.

Oppure, decomporre 20 in una somma di tre numeri e verificare poi che le condizioni siano rispettate.

- Verificare che non ci sono altre possibilità: se Carlo ne avesse 8, Bea ne avrebbe 4 e Anna 8 (cosa che contraddice una delle condizioni).

Oppure dividere 20 per 4, constatare che 5 (A), 5 (B), 10 (C) è una terna buona; successivamente provare con 6 (B) e 12 (C) e quindi 2 (A) e dedurre che non ci sono altre soluzioni.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta: le due soluzioni (Anna: 5, Bea: 5, Carlo: 10 o Anna: 2, Bea: 6, Carlo: 12) con procedura esplicitata che mette in luce l'impossibilità di altre soluzioni
- 3 Le due soluzioni, ma con spiegazione poco chiara o incompleta o con sola verifica
- 2 Le due soluzioni senza spiegazione o con solo verifica oppure una sola soluzione con spiegazione
- 1 Una soluzione senza alcuna spiegazione oppure un inizio organizzato di ricerca
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3 - 4 - 5

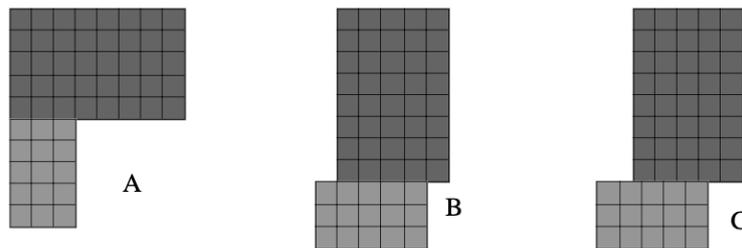
Origine: Parma

6. I DUE RETTANGOLI (Cat. 4, 5, 6)

Si ritagliano due rettangoli in un foglio di carta a quadretti, seguendo le righe della quadrettatura. Le dimensioni del primo rettangolo sono 5 e 8, quelle del secondo sono 5 e 3 (l'unità di misura è il lato di un quadretto).

Questi due rettangoli vengono posti l'uno vicino all'altro, senza sovrapposizioni in modo che si tocchino lungo uno o più lati interi di quadretti (un quadretto di un rettangolo può toccarne solo uno dell'altro rettangolo, con l'intero lato del quadretto). È così possibile trovare numerose figure.

(Esempi: le figure A e B sono corrette. La figura C non è corretta perché ci sono dei quadretti di un rettangolo che toccano due quadretti dell'altro rettangolo).



Le figure ottenute non hanno tutte lo stesso perimetro. Per esempio, il perimetro di A misura 36 unità, quello di B ne misura 34.

Qual è il perimetro più piccolo che può avere una figura ottenuta unendo questi due rettangoli rispettando le regole assegnate?

E qual è il perimetro più grande che si può ottenere?

Spiegate il vostro ragionamento e mostrate le vostre soluzioni.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: rettangolo, poligoni e perimetro
- Aritmetica: addizione

Analisi del compito

- Capire le regole di formazione delle figure a partire dai due rettangoli e ciò che rappresenta il loro perimetro aiutandosi con gli esempi.
- Disegnare altre figure o costruirle con spostamento di rettangoli mobili ritagliati su carta quadrettata e calcolare il loro perimetro. Trovare così, per tentativi successivi, che il perimetro minore è 32 e il maggiore è 40.
- Capire che il perimetro delle figure è minore della somma dei perimetri dei due rettangoli ($42 = 26 + 16$) e che dipende dalla lunghezza della parte comune, indipendentemente dalla forma della figura, cosa che permette di spiegare che, se tale parte misura 1 (la più piccola possibile), il perimetro sarà $42 - 2 \times 1 = 40$ e se questa parte misura 5 (la più grande possibile), il perimetro sarà $42 - 2 \times 5 = 32$.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Le due risposte corrette (32 e 40) con spiegazione basata sulla variazione del perimetro in funzione della lunghezza della parte comune e con i disegni di una delle figure avente il perimetro più piccolo e il disegno di una di quelle avente il perimetro più grande (per esempio il rettangolo di 11×5) o con una lista di tutte le possibilità
- 3 Le due risposte corrette, con solo il disegno di una delle due figure o presenza delle figure corrette, ma errore nel calcolo del perimetro (scarto di uno o due unità in rapporto al valore esatto)
- 2 Le due risposte corrette senza alcuna spiegazione, né alcuna figura oppure una sola risposta corretta con le due figure
- 1 Una delle due risposte corrette, con una sola delle due figure oppure due risposte vicine a quella giusta con disegni corrispondenti
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 4 – 5 - 6 **Origine:** CI, da un'idea di François Drouin, Irem de Lille (si veda la rivista APMEP 2003)

7. CARTE QUADRATE (Cat. 4, 5, 6)

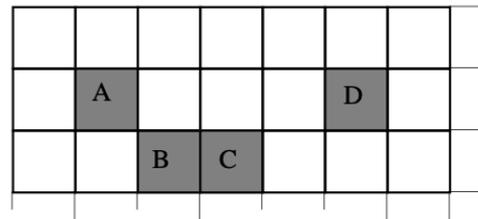
Gregorio ha 81 carte quadrate della stessa dimensione, con una faccia bianca ed una grigia. Le dispone tutte, le une accanto alle altre, ottenendo un grande quadrato interamente bianco.

Tommaso gli propone una sfida: *cerca di girare il maggior numero possibile di carte per far apparire le loro facce grigie.*

Ma attenzione, alla fine, ogni faccia grigia dovrà avere vicino almeno 7 facce bianche.

Due carte sono vicine se hanno un vertice o un lato in comune.

In questo esempio, le carte A e C con facce grigie, hanno 7 carte vicine con facce bianche, D ne ha 8, ma B ne ha solo 6!



Quante carte, al massimo, può girare Gregorio?

Spiegate il vostro ragionamento e disegnate una delle vostre soluzioni.

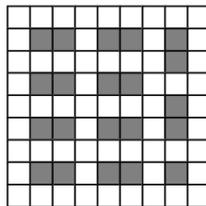
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: posizioni relative di quadrati (carte) su un foglio quadrettato
- Logica e ragionamento: ricerca di una posizione ottimale

Analisi del compito

- Capire che il quadrato iniziale con le caselle tutte bianche è del tipo 9 x 9.
- Capire che l'espressione "almeno 7" si traduce in questo caso in "7 o 8".
- Capire che le carte girate non possono essere quelle che sono lungo il bordo poiché avrebbero solo 5 vicine bianche, né quelle agli angoli perché avrebbero solo 3 vicine bianche.
- Rendersi conto che alcune facce grigie "isolate" all'interno della griglia quadrettata hanno ciascuna 8 vicine bianche e rispondono così alla condizione posta. Se tutte le facce grigie fossero isolate, se ne potrebbero sistemare al massimo 16, in modo regolare.
- Rendersi conto poi che due facce grigie possono avere un lato o un vertice comune e, per esempio, formare un rettangolo di 2 x 1. Si possono così sistemare 10 rettangoli di questo tipo, isolati gli uni rispetto agli altri, ed una sola faccia grigia, che fa sì che in totale le facce grigie siano 21.



Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta ottimale (21) con spiegazioni e una griglia disegnata correttamente
- 3 Risposta ottimale (21) con spiegazione poco chiara e senza disegno oppure risposta "20" con spiegazione o disegno
- 2 Risposta ottimale (21) senza spiegazione né disegno
- 1 Risposta "20" senza spiegazione né disegno oppure risposta (diversa da 21 e 20) con disegno che rispetta la condizione di vicinanza
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 4 - 5 - 6

Origine: Incontro di Bourg-en-Bresse, da un'idea della Svizzera Romanda

8. UNA CRESCITA STRAORDINARIA (Cat. 5, 6, 7)

Quando vivevano nel nostro paese, Ugo era alto 115 cm, Leo 130 cm, Sara 135 cm, Edy 145 cm.

Da alcuni anni essi vivono nel paese di Cresciben, dove l'unità di misura è il *cre*.

Oggi si misurano e vedono che Ugo è cresciuto di 7 *cre*, Leo di 6 *cre*, Sara e Edy sono cresciuti di 3 *cre* ciascuno.

Sara si accorge di una cosa strana: adesso non ci sono più quattro altezze diverse, ora le altezze sono uguali a due a due.

Sapreste dire a quanti cm corrisponde il *cre*?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Misura: unità di misura arbitrarie e convenzionali
- Aritmetica: addizione e moltiplicazione

Analisi del compito

- Cercare quali possono essere i bambini aventi la stessa altezza: Sara e Eddy non possono essere della stessa altezza, restano dunque due possibilità: Ugo-Sara e Leo-Edy o Ugo-Edy e Leo-Sara.
- Nella prima ipotesi, la differenza di 20 cm (135 – 115) tra Sara e Ugo sarà compensata da una differenza di 4 *cre* (7 – 3), cosa che porterà ad avere 5 cm per 1 *cre*, e la differenza di 15 cm (145 – 130) tra Edy e Leo sarà compensata dalla differenza di 3 *cre* (6 – 3), cosa che dà ancora 5 cm per 1 *cre*.

Nella seconda ipotesi, la differenza di 5 cm (135 – 130 tra Sara e Leo sarà compensata da una differenza di 3 *cre* (6 – 3), cosa che darà 5/3 cm per 1 *cre*, e la differenza di 30 cm (145 – 115) tra Edy e Ugo sarà compensata dalla differenza di 4 *cre* (7 – 3), cosa che darà 7,5 cm per 1 *cre*, in contraddizione con la precedente.

La seconda ipotesi è da respingere e la prima conduce alla corrispondenza 1 *cre* = 5 cm.

Oppure: procedere in maniera sistematica, attribuendo dei valori successivi al "cre", in cm, calcolare le altezze dei bambini quando sono cresciuti come indicato, e osservare i risultati:

valore, in cm, da attribuire al "cre"	Altezze raggiunte da ciascun bambino in cm:			
	UGO	LEO	SARA	EDY
1	$7 \times 1 + 115 = 122$	$6 \times 1 + 130 = 136$	$3 \times 1 + 135 = 138$	$3 \times 1 + 145 = 148$
2	$7 \times 2 + 115 = 129$	$6 \times 2 + 130 = 142$	$3 \times 2 + 135 = 141$	$3 \times 2 + 145 = 151$
...
5	$7 \times 5 + 115 = 150$	$6 \times 5 + 130 = 160$	$3 \times 5 + 135 = 150$	$3 \times 5 + 145 = 160$
6	157	166	153	163
7	164	172	157	167
8	171	178	160	170

- Comprendere che, se si continua a dare altri valori al "cre", non sarà più possibile avere due coppie di persone della stessa altezza: Sara e Edy avranno sempre la stessa differenza di altezza, Leo ha superato Sara "tra 1 e 2 cm" e Edy dopo 5 cm, Ugo ha superato Sara dopo 5 cm e Edy tra 7 e 8 cm.

Oppure: procedere facendo dei tentativi a caso, senza peraltro arrivare all'unicità della soluzione.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta con spiegazione chiara che mostra che la risposta 1 *cre* = 5 cm, è ben determinata ed unica
- 3 Risposta corretta ottenuta con tentativi sistematici senza giustificazione che mostra che tutti i casi sono stati esaminati
- 2 Risposta corretta ottenuta con tentativi a caso
o con tentativi sistematici, ma con errori di calcolo
- 1 Inizio di ragionamento corretto (qualche tentativo a caso, con verifica, ma che non porta alla conclusione)
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 5 - 6 - 7

Origine: Valle d'Aosta

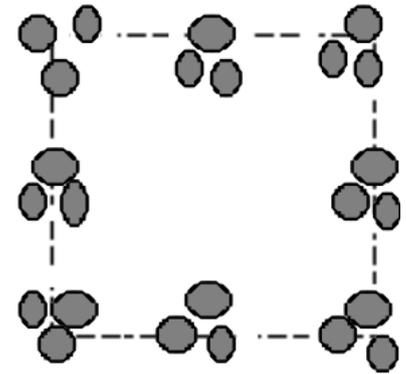
9. OCCHIO AI SASSI! (Cat. 5, 6, 7)

Giuliano è in vacanza al mare. Sulla spiaggia raccoglie sassi e li dispone in mucchietti di tre, formando un quadrato come in figura.

In questo modo su ogni lato ci sono 9 sassi.

Giuliano poi raccoglie altri quattro sassi e li suddivide in modo che:

- ci siano di nuovo 8 mucchietti, disposti in forma di quadrato;
- ci siano di nuovo 9 sassi per lato;
- ci sia lo stesso numero di sassi in ciascuno dei mucchietti situati al centro dei lati del quadrato.



Quanti sassi potrebbero esserci ora in ogni mucchietto?

Mostrate tutte le possibilità.

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione; moltiplicazione; scomposizione di un numero
- Geometria

Analisi del compito

- Capire che lo stesso numero di sassi, 9, su un lato può essere ottenuto con numerose terne differenti e stilarne eventualmente la lista: 1-1-7, 1-2-6, 1-3-5, 1-4-4, 2-2-5, 2-3-4, 3-3-3
- Con dei tentativi, rendersi conto che ciascuna di queste terne può condurre a dei quadrati aventi 9 sassi sui lati e con uno stesso numero di sassi al centro dei lati. Per esempio, con i numeri o con i disegni si ha:

a	b	c	d	e	f																																																						
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"><tr><td>1</td><td>1</td><td>7</td></tr><tr><td>1</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>7</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	1	1	7	1		1	7	1	1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"><tr><td>1</td><td>7</td><td>1</td></tr><tr><td>7</td><td></td><td>7</td></tr><tr><td>1</td><td>7</td><td>1</td></tr></table>	1	7	1	7		7	1	7	1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"><tr><td>1</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>3</td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td><td>1</td></tr></table>	1	3	5	3		3	5	3	1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"><tr><td>1</td><td>5</td><td>3</td></tr><tr><td>5</td><td></td><td>5</td></tr><tr><td>3</td><td>5</td><td>1</td></tr></table>	1	5	3	5		5	3	5	1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"><tr><td>2</td><td>2</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td></td><td>2</td></tr><tr><td>5</td><td>2</td><td>2</td></tr></table>	2	2	5	2		2	5	2	2	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr><tr><td>5</td><td></td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr></table>	2	5	2	5		5	2	5	2
1	1	7																																																									
1		1																																																									
7	1	1																																																									
1	7	1																																																									
7		7																																																									
1	7	1																																																									
1	3	5																																																									
3		3																																																									
5	3	1																																																									
1	5	3																																																									
5		5																																																									
3	5	1																																																									
2	2	5																																																									
2		2																																																									
5	2	2																																																									
2	5	2																																																									
5		5																																																									
2	5	2																																																									

- Tra tutte le disposizioni date negli esempi, e le altre, conservare quelle la cui somma è 28, cioè, le due disposizioni d e f. Oppure: cominciare dalla condizione «28 sassi in totale» osservando che due lati paralleli utilizzano 9 sassi ciascuno in 6 mucchietti e lasciano 10 sassi ($28 - (2 \times 9) = 10$) per i due mucchietti al centro degli altri due lati e dedurre che ci sono 5 sassi nel mucchietto centrale.
- Restano dunque solo da esaminare le terne 1-5-3 e 2-5-2.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta esatta (le due disposizioni « d » e « f » degli esempi precedenti) con le due soluzioni date con la lista dei numeri o col disegno, con spiegazione
- 3 Una sola soluzione con spiegazione
oppure le due disposizioni « d » e « f » ed anche una terza disposizione isometrica a « d », per una rotazione di un quarto di giro, nella quale la riga in alto è « 3-5-1 »)
- 2 Le due soluzioni, ma senza spiegazione
- 1 Una sola soluzione, senza spiegazione
o una o più soluzioni che non rispettano una delle consegne (come « a », « b », « c », « e » per esempio)
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 5 - 6 - 7

Origine: Genova

10. LA DIFFERENZA PIÙ PICCOLA (Cat. 5, 6, 7)

Questa griglia è divisa in due parti da una linea continua, spessa, che segue la quadrettatura.

Quando si addizionano i numeri di ciascuna delle due parti, si osserva che la differenza fra le due somme ottenute è 39.

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

È possibile trovare una differenza più piccola dividendo la griglia ancora in due parti, ma in modo diverso?

Disegnate la linea di suddivisione che dà la differenza più piccola possibile e annotate i calcoli.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizioni e compensazioni
- Logica e ragionamento: organizzazione degli scambi fra caselle

Analisi del compito

- Verificare la condizione effettuando delle addizioni.
- Effettuare dei tentativi e cercare di migliorare il risultato per compensazione (per esempio, sulla griglia data vedere che facendo passare la casella «16» nella parte di sinistra, la differenza diminuisce di 32).
- Costatare che, poiché la somma è 297, non si arriverà ad una differenza minore di 1, tra 149 e 148. Una soluzione si trova nello scambio di «15» che passa a destra, contro il «30» e il «5» che passano a sinistra.

Soluzioni ottimali: ci sono almeno le due seguenti, con 148 e 149, cioè con differenza 1:

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

3	15	16	22
7	13	2	43
40	30	35	17
19	18	12	5

Attribuzione dei punteggi

- 4 Una soluzione ottimale (differenza di 1), con disegno e somme che conducono a 148 e 149
- 3 Una soluzione con una differenza di 3 con disegno corretto e somme: 147 e 150 oppure la soluzione ottimale, con solo una parte delle spiegazioni richieste
- 2 Una soluzione con una differenza di 5 con disegno corretto e somme di 146 e 151 oppure la soluzione con una differenza di 3, e spiegazione incompleta
- 1 Una soluzione con una differenza di 7 o 9 con disegno corretto e somme 144 o 145 e 153 o 155 oppure altre risposte con errori di calcolo
- 0 Incomprensione del problema o soluzione con differenza maggiore delle precedenti

Livello: 5 - 6 - 7

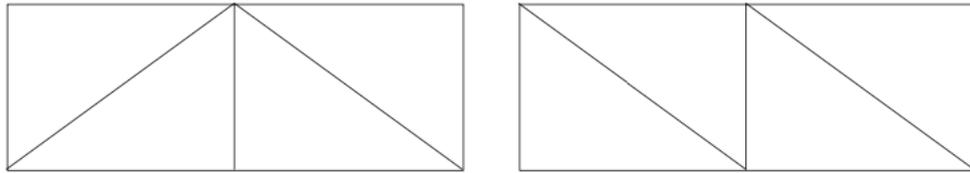
Origine: Bourg-en-Bresse e 6° RMT

11. QUADRITRIANGOLI (Cat. 6, 7, 8, 9)

Con quattro triangoli rettangoli uguali, di lati 3 cm, 4 cm e 5 cm, disposti in modo che ogni triangolo abbia almeno un lato in comune con un altro, si possono ottenere varie figure che chiameremo quadritriangoli.

Si considerano diversi due quadritriangoli che hanno almeno un lato o un angolo diverso (e non solo una diversa disposizione dei triangoli al loro interno).

Ad esempio, questi due quadritriangoli, di perimetro 22 cm, non sono considerati diversi:



**Tra tutti i quadritriangoli quali sono quelli di perimetro minimo?
Disegnateli e spiegate come li avete trovati.**

ANALISI A PRIORI

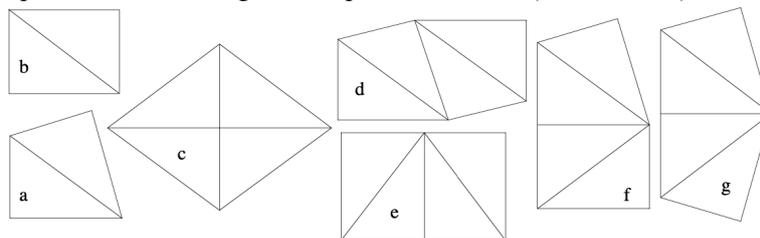
Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, sottrazione, moltiplicazione
- Geometria: poligoni, equiestensione, perimetri

Analisi del compito

- Leggere l'enunciato e comprendere le regole di formazione delle figure.
- Considerare che, se non ci fossero lati in comune, il perimetro del quadritriangolo risulterebbe $4 \times 12 = 48$ (in cm). Per ogni lato in comune occorre togliere, da 48 cm, due volte la misura del lato comune.
- Osservare che i lati comuni sono tre oppure quattro. Nel primo caso, per avere il perimetro minimo, occorre avere in comune due lati da 5 cm e un lato da 4 cm. Nel secondo caso due lati da 3 cm e due da 4 cm. (In ogni caso occorre togliere da 48 il doppio di 14)
- Costruire i quadritriangoli rispettando i vincoli fissati. Considerare che, una volta scelto il lato comune, ci sono sempre due diversi modi di disporre due triangoli. Ad esempio, due triangoli con l'ipotenusa in comune possono essere disposti nei due modi a e b delle figure seguenti, corrispondenti rispettivamente ad una simmetria assiale e a una simmetria centrale.
- Si può anche procedere in modo empirico ritagliando i triangoli e ricomponendo le figure.

Si ottengono le cinque possibilità c, d, e, f, g, tutte di perimetro 20 cm ($48 \text{ cm} - 28 \text{ cm}$):



Attribuzione dei punteggi

- 4 I cinque quadritriangoli corretti c, d, e, f, g (perimetro 20 cm) con spiegazioni chiare.
- 3 Tutti i cinque quadritriangoli corretti con spiegazione poco chiara o incompleta oppure quattro quadritriangoli corretti con spiegazione chiara oppure i cinque quadritriangoli corretti con una ripetizione
- 2 Almeno tre quadritriangoli corretti senza spiegazione o almeno due con spiegazione.
- 1 Un solo quadritriangolo corretto o un inizio di ragionamento corretto.
- 0 Incomprensione del problema.

Livello: 6 - 7 - 8 - 9

Origine: Parma

12. LE BALLERINE (Cat. 6, 7, 8, 9)

Chiara ha spedito questa fotografia alla sua corrispondente francese Stephanie.

Ha pensato di farsi riconoscere dalla sua nuova amica attraverso degli indizi che contemporaneamente le permettono anche di presentare le ragazze del suo gruppo di danza. Così scrive nella lettera:

Cara Stephanie,

ti mando una delle mie foto preferite perché è quella che mi ritrae mentre sto danzando con le mie amiche.

C'è Francesca che ha le braccia sopra la testa, la mia stessa gamba alzata ed il vestito dello stesso colore di quello di Elena;

Elena alza la stessa gamba di Giorgia;

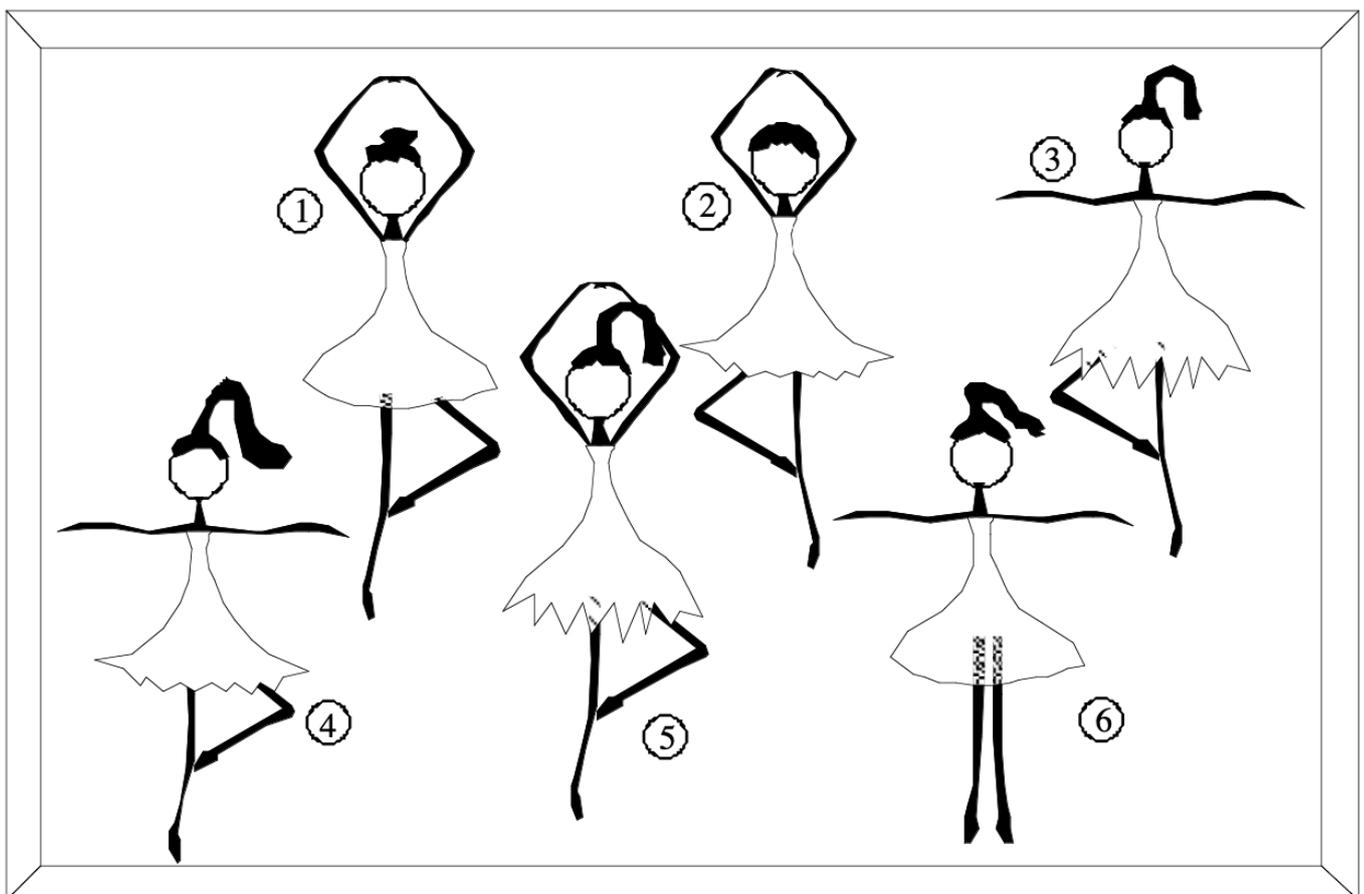
Giorgia ha il vestito dello stesso colore di quello di Paola,

il vestito di Paola è diverso da quello di Ilaria;

il mio vestito è come quello di Ilaria e certamente vedi che le mie braccia non sono nella stessa posizione di quelle di Paola!

Spero di ricevere al più presto una tua risposta con la sequenza giusta dei nomi: così sarò sicura che mi hai riconosciuta!

Chiara



**Aiutate Stephanie ad individuare Chiara e le sue amiche.
Spiegate il vostro ragionamento.**

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Logica: negazioni, affermazioni, ipotesi

Analisi del compito

- Dalla prima condizione si deduce che Francesca può essere la ballerina 1 o 2 o 5, ciò comporta le seguenti ipotesi:
 Se Francesca è la **1**, Chiara può essere la **4** oppure la **5**, Elena necessariamente la **6** ma non sta alzando alcuna gamba. C'è qui una contraddizione con l'informazione "Elena alza la stessa gamba di Giorgia" e quest'ipotesi è da respingere.
 Se Francesca è la **2**, Chiara non può che essere la **3** ed Elena la **4**. Seguendo questa strada si arriva alla fine alla combinazione: (1. Giorgia, 2. Francesca, 3. Chiara, 4. Elena, 5. Ilaria, 6. Paola) che è da escludere perché negata dall'ultima affermazione in quanto, in questo caso, Chiara avrebbe le braccia nella stessa posizione di Paola.
 Se Francesca è la **5**, Elena è necessariamente la **3** e Giorgia la **2**, Chiara potrebbe essere la **1** o la **4**, si arriva alla soluzione corretta: 1 Chiara, 2 Giorgia, 3 Elena, 4 Paola, 5 Francesca, 6 Ilaria, e si verifica che è unica poiché se Chiara fosse la **4**, non potrebbe avere lo stesso tutù di Ilaria.

Oppure: partire da un'altra informazione, per esempio: *Giorgia ha il vestito dello stesso colore di quello di Paola*, che porta a tre ipotesi da esaminare l'una dopo l'altra per verificare se sono accettabili.

Oppure: trovare la soluzione a caso, senza ipotesi e deduzioni, ma con una verifica del fatto che non ci sia un'altra soluzione (per esempio con una lista di tutti i casi possibili che rispettino le condizioni).

Attribuzione dei punteggi

- 4 La risposta corretta (1 Chiara, 2 Giorgia, 3 Elena, 4 Paola, 5 Francesca, 6 Ilaria) con spiegazione completa (le ipotesi indicate o una lista completa dei tentativi)
- 3 La risposta corretta con spiegazione incompleta o poco chiara (ma che permettono di rendersi conto che la soluzione è unica)
- 2 Risposta errata, ma che rispetta però tutte le condizioni, salvo una, con spiegazione oppure soluzione corretta trovata a caso (con verifica, ma traccia della ricerca dell'unicità)
- 1 Risposta errata con due condizioni non rispettate
- 0 Incomprensione del problema o abbinamenti che non tengano conto di due o più condizioni

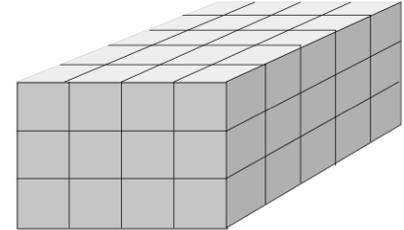
Livello: 6 – 7 – 8 – 9

Origine: Parma

13. PICCOLI GOLOSI (Cat. 7, 8, 9)

La signora Dolci, insegnante di matematica, ha preparato un dolce a forma di parallelepipedo rettangolo. Il dolce non le è venuto molto gustoso e ha deciso di immergerlo nel cioccolato, in modo che le sei facce ne vengano ben ricoperte.

Per parlare del volume del parallelepipedo, l'insegnante porta il dolce in classe e lo divide in cubetti uguali: 3 lungo l'altezza, 4 lungo la larghezza e 5 lungo la lunghezza.



Alla fine della lezione l'insegnante mette tutti i cubetti su un vassoio e ciascuno dei suoi 30 allievi avrà il diritto di scegliere due cubetti di dolce.

Per evitare che gli allievi, tutti molto golosi di cioccolato, corrano a prendere i cubetti che hanno più cioccolato, la signora Dolci organizza la distribuzione nel seguente modo:

- per cominciare, ognuno andrà a scegliere un cubetto, nell'ordine dei numeri, prima il numero 1, poi il numero 2 ... ed infine il numero 30;
- quando ognuno avrà mangiato il suo primo cubetto, andrà a prendere il secondo, ma nell'ordine inverso: prima il numero 30, poi il 29 ... ed infine il numero 1.

Alcuni allievi sorridono perché sanno già che avranno più cioccolato di altri!

Quali sono gli allievi che avranno più cioccolato degli altri?

Indicate i loro numeri, spiegate ciò che hanno avuto in più e come avete trovato questo risultato.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: parallelepipedo rettangolo e cubo
- Aritmetica: addizione e sottrazione

Analisi del compito

- Verificare che ci siano effettivamente 60 cubetti e capire che è possibile avere cubetti con 0, 1, 2 o 3 facce al cioccolato; capire che è il criterio "numero di facce al cioccolato" che determina le scelte e rendersi conto che bisogna trovare il numero di cubetti di ciascun tipo
- Determinare il numero di cubetti a 3 facce (con cioccolato): 8, uno per vertice; il numero di cubetti a 2 facce: $(3 + 2 + 1) \times 4 = 24$ lungo gli spigoli; il numero di cubetti ad 1 faccia: $(6 + 3 + 2) \times 2 = 22$ "all'interno" delle facce; il numero di cubetti senza cioccolato all'interno del parallelepipedo: $1 \times 2 \times 3 = 6$.
Questa ricerca può essere fatta per conteggio sul disegno, per conteggio su un modello, per conteggio, ...
- Notare che, al primo giro, i primi 8 allievi (da 1 a 8) andranno a prendere i cubetti a 3 facce e che i 22 successivi (da 9 a 30) prenderanno dei cubetti con due facce al cioccolato. Al secondo giro, resteranno 2 cubetti a due facce con cioccolato per i due primi allievi (30 e 29), 22 cubetti ad una faccia al cioccolato (da 28 a 7) e 6 cubetti senza cioccolato per gli allievi con i numeri da 6 a 1.
- Verificare che i 60 cubetti sono esauriti e fare i conti: quasi tutti avranno ricevuto 3 facce al cioccolato ad eccezione di due allievi: 7 e 8, che avranno $4 = 3 + 1$ facce al cioccolato e gli allievi con i numeri 29 e 30 che avranno ugualmente 4 facce al cioccolato ($2 + 2$).

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta e completa (7 e 8, 29 e 30 con ciascuno in tutto 4 facce al cioccolato), una in più degli altri che avranno tutti 3 facce al cioccolato) con spiegazione esauriente
- 3 Risposta corretta e completa (7 e 8, 29 e 30 con ciascuno in tutto 4 facce al cioccolato), ma con spiegazione incompleta; oppure la risposta corretta, con spiegazione, per i numeri, ma senza il numero di facce
- 2 Risposta corretta e completa (7 e 8, 29 e 30 con ciascuno in tutto 4 facce al cioccolato), ma senza alcuna spiegazione; oppure risposta incompleta (29 e 30 con 4 facce oppure 7 e 8 con 4 facce) con spiegazione (senza rendersi conto che ci sono quattro allievi in questa situazione)

- 1 Inizio di ricerca organizzata, ma non portata a termine (errore nel conteggio dei diversi cubetti, ...)
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 7 - 8 - 9

Origine: Cantone Ticino + CI

14. A TAVOLA INSIEME (Cat. 7, 8, 9)

Tymer, Sejko e Annòvic lavorano per la stessa ditta, la FUSIORA, che ha filiali in tutto il mondo. Tymer lavora ad Anchorage, Sejko lavora a Tokyo e Annòvic lavora a Mosca.

Un giorno i tre vengono contattati in videoconferenza dal Dirigente Sig. Clock della FUSIORA proprio a mezzogiorno, ora locale.

Clock scopre con sorpresa che tutti stanno cominciando a consumare un pasto secondo il fuso orario della propria città, facendo colazione alle 8, pranzo alle 14 e cena alle 20.

Ha davanti a sé una mappa con i fusi orari e legge:

- 11.00 Samoa	- 10.00 Tahiti	- 9.00 Anchorage
- 8.00 San Francisco	- 7.00 Denver	- 6.00 Mexico-City, Chicago
- 5.00 Havana, New York	- 4.00 Caracas	- 3.00 Buenos Aires, San Paolo
- 2.00 South Georgia	- 1.00 Azores	0.00 London
+ 1.00 Paris	+ 2.00 Cape Town	+ 3.00 Moscow
+ 4.00 Dubai	+ 5.30 New Delhi	+ 6.00 Daka
+ 7.00 Bangkok	+ 8.00 Beijing	+ 9.00 Tokyo
+10.00 Sydney	+ 11.00 Vanuatu Island	+ 12.00 Auckland

Dov'è, secondo voi, la sede della ditta FUSIORA?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: differenze e numeri relativi
- Combinatoria

Analisi del compito

- Costatare dalla lettura della carta che l'ora di Anchorage è di 12 ore indietro rispetto all'ora di Mosca che a sua volta è 6 ore indietro rispetto all'ora di Tokio.
- Determinare le sei possibili permutazioni dei tre tipi di pasto (colazione, pranzo e cena) e constatare che una sola risulta accettabile o facendo la tabella seguente o usando la linea dei numeri:

Tymer (0)	Annòvic (+12)	Sejko (+18)	
Colazione (8)	Pranzo(14)	Cena (20)	non accettabile
Colazione (8)	Cena (20)	Pranzo (14)	non accettabile
Pranzo (14)	Cena (20)	Colazione (8)	non accettabile
Pranzo (14)	Colazione (8)	Cena (20)	non accettabile
Cena (20)	Colazione (8)	Pranzo (14)	accettabile
Cena (20)	Pranzo (14)	Colazione (8)	non accettabile

- La sede della ditta è Bangkok perché se Sejko consuma il pranzo alle ore 14, in quello stesso momento a Bangkok sono le 12, ad Anchorage sono le 20 (del giorno precedente) e a Mosca le ore 8.
- Oppure procedere per tentativi: supponendo ad esempio che sia Tymer che fa colazione, determinare la città in cui è mezzogiorno quando ad Anchorage sono le ore 8 e dedurre che Annòvic può nello stesso momento cenare, ma Sejko non può pranzare.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (Bangkok) con spiegazione chiara e completa
- 3 Risposta corretta con spiegazione incompleta
- 2 Risposta corretta senza alcuna spiegazione
- 1 Inizio corretto di ricerca
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 7 - 8 - 9

Origine: Siena + Parma

15. LA TORRE DI TRANSALPINO (Cat. 8, 9)

Al re di transalpino piacciono molto i cubi. Fa costruire questa torre, nella quale si possono facilmente vedere 17 cubi.

Per costruire la torre, i muratori hanno impilato e cementato esattamente 50000 mattoni a forma di cubo prima di dipingere le parti visibili: in nero il cubo grande, in grigio quello medio e in bianco i 15 piccoli, con il disegno di tutti gli spigoli.

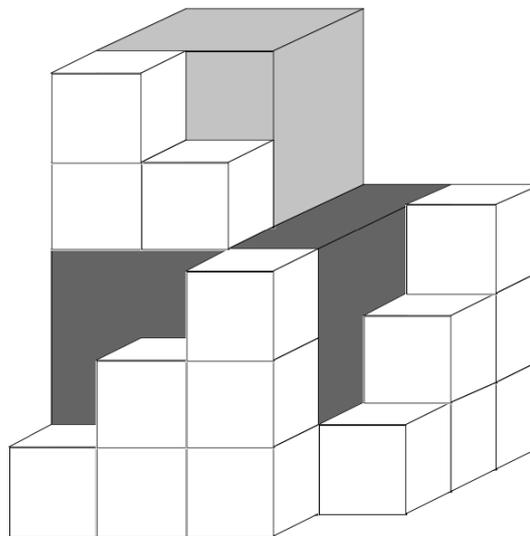
L'altezza totale della torre, dal suolo alla faccia superiore del cubo medio, è di 20 metri.

Uno dei cortigiani ha trovato questa torre così bella che ne ha fatta costruire una nel suo giardino, del tutto simile ma di dimensioni ridotte.

Il suo modello ridotto è alto solo 8 metri. È costruito con mattoni uguali a quelli usati per la torre del re.

Quanti mattoni ha utilizzato il cortigiano per costruire la sua torre?

Spiegate il vostro ragionamento.



ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: operazioni, rapporti, proporzionalità
- Geometria: cubo

Analisi del compito

- Per gli allievi che sanno o che intuiscono che il rapporto dei volumi è il cubo del rapporto di similitudine tra la torre del re e il modello $8/20 = 2/5$, è sufficiente effettuare il calcolo: $50000 \times (2/5)^3 = 3200$
- Per gli altri sarà necessario fare delle osservazioni, dei confronti di volumi e determinare la lunghezza degli spigoli dei mattoni:

calcolare il volume della torre con i cubi piccoli come unità: $15 + 2^3 + 3^3 = 15 + 8 + 27 = 50$, cosa che permette di dedurre che ogni cubo unità è composto da 1000 mattoni ($10 \times 10 \times 10$),

poiché si possono sistemare 5 cubi piccoli lungo l'altezza della torre, questa (20 metri) corrisponde allora a quella di 50 mattoni, cosa che permette di calcolare la misura dello spigolo di un mattone: $20 : 50 = 0,4$ (in metri).

il modello ridotto ha pertanto un volume di 50, ma in unità «piccoli cubi ridotti». La sua altezza (8 metri) è anch'essa quella di 5 «piccoli cubi ridotti» il cui spigolo sarà $8 : 5 = 1,6$ (in metri). Poiché $1,6 = 4 \times 0,4$, i «piccoli cubi ridotti» saranno composti da $4 \times 4 \times 4 = 64$ mattoni. Ci vorranno $64 \times 50 = 3200$ mattoni per costruire il modello ridotto.

Attribuzione dei punteggi

- 4 La risposta giusta 3200 mattoni, con spiegazione
- 3 La risposta giusta 3200 mattoni, senza spiegazione oppure un solo errore di calcolo, con spiegazione
- 2 Conteggi dei cubi piccoli della torre e determinazione delle dimensioni di un cubo piccolo ($10 \times 10 \times 10$) e proseguimento del ragionamento non finito
- 1 La risposta «20000 mattoni», corrispondente ad una confusione tra rapporto di similitudine e rapporto dei volumi
- 0 Incomprensione del problema o rapporto errato con un altro errore

Livello: 8 – 9

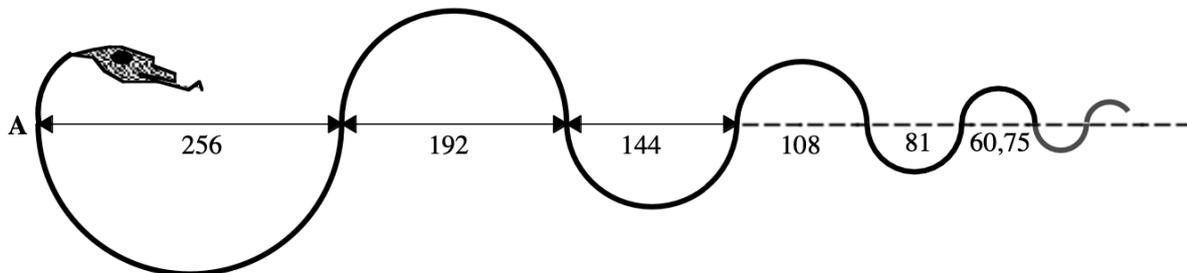
Origine: C.I.

16. IL SERPENTE MIOPE (Cat. 8, 9)

Il signor Pitone si sta ammirando.

Osserva che il suo corpo forma delle semicirconferenze i cui diametri: 256; 192; 144; 108; 81; 60,75; ... (in mm) decrescono regolarmente, sempre con lo stesso rapporto.

Però è miope e, a partire dalle prime 5 o 6 semicirconferenze, non vede più nulla e non arriva quindi a vedere la fine della sua coda.



Secondo voi qual è la distanza, in mm, tra il suo collo, nel punto A, e la fine della coda?

Stimate la lunghezza del suo corpo, dal punto A fino alla fine della coda.

Quante sono le semicirconferenze che il serpente miope non riesce a vedere?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI

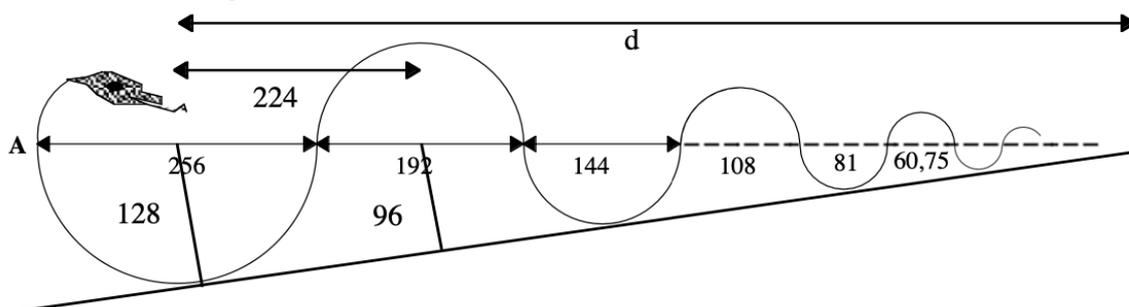
Ambito concettuale

- Geometria: lunghezza della circonferenza, Talete, similitudine
- Aritmetica: successioni, calcolo della somma di termini di una progressione geometrica
- Approccio a qualche aspetto dell'analisi

Analisi del compito

Ci sono diversi modi per trovare la distanza richiesta:

- Si può ancora fare una costruzione precisa, con o senza ingrandimento delle semicirconferenze che si susseguono oppure osservare che le tangenti alle semicirconferenze in alto e in basso si incontrano in un punto che è l'estremità della coda (centro di omotetia) e trovare una buona approssimazione della lunghezza con una semplice misura.
- La lunghezza può essere calcolata mobilizzando le conoscenze sulla similitudine (o Talete) dopo aver constatato che le semicirconferenze sono omotetiche e che il centro di omotetia è l'estremità della coda: $d/128 = (d - 224)/96 \Rightarrow d = 996$ e la lunghezza è $996 + 128 = 1024$.



- Si può anche calcolare il rapporto – menzionato nell'enunciato- di un diametro al successivo: $192/256 = 144/192 = 108/144 = \dots = 3/4$, per trovare i termini seguenti della successione e calcolare un'approssimazione della somma dei termini della successione: $256 + 192 + 144 + 108 + 81 + 60,75 + 45,5625 + \dots$ con la calcolatrice. (si arriva a 966 dopo 10 termini, 1010 dopo 15 termini, 1020 dopo 20 termini, 1023 dopo 25 termini, ...).
- Il calcolo delle due somme $S = 256 + 256(3/4) + 256(3/4)^2 + \dots$ e $(3/4)S = 256(3/4) + 256(3/4)^2 + \dots$ e della loro differenza: $S - (3/4)S = 256$ che si riduce a $(1/4)S = 256$ poi a $S = 1024$, non è verosimilmente alla portata degli allievi di categoria 8. (A condizione che si sia convinti che la serie «converga»!!!)

In effetti, la lunghezza del serpente è una questione più delicata.

Gli allievi possono eventualmente arrivarci passando dalla progressione geometrica 256, 192, 144, ... alla successione corrispondente delle lunghezze delle semicirconferenze: $128\pi + 96\pi + 72\pi + \dots = 512\pi \approx 1600$

La questione del numero di semicirconferenze è più interessante.

Ci si può aspettare una risposta del tipo «molte, molte», «tante quante si vuole», «delle centinaia o delle migliaia», «un'infinità», che mostra che l'idea di infinità è stata affrontata nella riflessione degli allievi.

- Per quel che riguarda le due ultime domande, il matematico vi vede un approccio all'infinito, ma lo zoologo (e molti allievi) sanno bene che il serpente ha un corpo di lunghezza finita. Si tratta dunque di abbandonare i vincoli della realtà fisica per passare alla finzione matematica.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Le tre risposte «accettabili» (distanza 1024 o un'approssimazione compresa tra 1000 e 1050, lunghezza 512π oppure ≈ 1600 o un'approssimazione corrispondente «molte, molte» o una risposta che mostra la presenza della nozione di infinito), con spiegazione
- 3 tre risposte «accettabili» ma con spiegazione insufficiente o approssimazioni, ma piuttosto lontane dalle risposte corrette
- 2 due risposte «accettabili» spiegate o tre risposte «accettabili» senza spiegazione
- 1 una risposta «accettabile» spiegata o due risposte «accettabili» senza spiegazione
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 8 – 9

Origine: CI e «Gruppo Zeroallazero»

17. IL LOGO (Cat. 8, 9)

Una grande impresa internazionale di attività ricreative ha creato un logo autoadesivo per la sua pubblicità.

Il modello «Mini» di 24 cm di altezza.

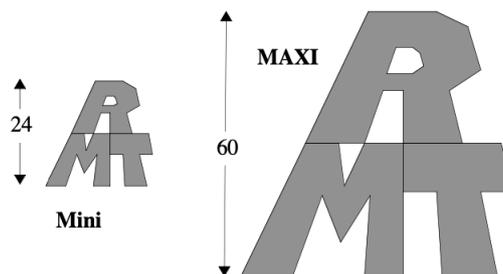
Il modello «MAXI», di 60 cm di altezza.

I due modelli vengono stampati su fogli di plastica con colori cangianti e con riflessi metallizzati, poi ritagliati con la pressa e spediti a lotti di 10, 20, 40, 50 o 100 modelli.

Un lotto di 100 modelli «Mini» pesa 450 g.

Quanto pesa un lotto da 40 modelli «MAXI»?

Spiegate il vostro ragionamento.



ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: rapporti, proporzionalità
- Geometria: rapporto di aree in un ingrandimento

Analisi del compito

- Capire che il peso degli autoadesivi è proporzionale alla loro area, poiché sono ritagliati dagli stessi tipi di fogli di plastica (dello stesso spessore) e che le due figure sono simili, cosa che significa che il rapporto delle due distanze corrispondenti è la stessa, qualunque sia la direzione.
- Calcolare il peso di un modello «Mini»: $450 : 100 = 4,5$ (in grammi)
- Calcolare il rapporto di proporzionalità: $60/24 = 5/2 = 2,5$ delle due figure
- Calcolare il rapporto delle aree delle due figure:
in maniera «esperta»: $2,5^2 = 6,25$,
oppure immaginando che il logo piccolo sia inscritto, ad esempio, in un quadrato di lato 24, con area $24^2 = 576$, che il logo grande sia inscritto in un quadrato di lato 60, di area $60^2 = 3600$ e calcolare il rapporto $3600/576 = 6,25$,
oppure prendendo le misure di una delle lettere, come la «T» e calcolando l'area del piccolo e del grande per determinare il rapporto
- Calcolare il peso di un modello «MAXI»: $4,5 \times 6,25 = 28,125$ (in grammi) e il peso di un lotto da 40 modelli: $28,125 \times 40 = 1125$ (in grammi)

Oppure, dopo aver calcolato il rapporto di similitudine e dedotto che il rapporto al quadrato è il rapporto fra i pesi si calcola il peso di 100 modelli MAXI: $(25/4) \cdot 450 = 2812,5$ e poiché $40 = (2/5) 100$, il peso di 40 modelli MAXI è $(2/5) 2812,5 = 1125$

Attribuzione dei punteggi

- 4 La risposta corretta 1125 grammi con spiegazione
- 3 La risposta corretta 1125 grammi senza spiegazione
oppure un solo errore di calcolo (in uno dei rapporti $5/2$ e $40/100$ o nell'elevamento a potenza, ...) o ancora risposta prossima nel caso in cui il rapporto delle aree sia stato stimato
- 2 La risposta 2592, corrispondente al peso di un lotto da 100 fogli «MAXI» al posto di 40, con o senza spiegazioni
oppure una risposta prossima nel caso in cui il rapporto delle aree sia stato stimato
- 1 La risposta 450 ($450 \times 5/2 \times 40/100$) grammi, corrispondente ad una confusione tra il rapporto di similitudine e il rapporto delle aree
- 0 Incomprensione del problema o rapporto errato con un altro errore

Livello: 8 - 9

Origine: C.I.