

| N. | titolo | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Ar. | Alg. | Gé. | Lo. | Co. | Orig. |
|----|------------------------------|---|---|---|---|---|---|-----|------|-----|-----|-----|-------|
| 1 | Nel paese Piovepoco (I) | 3 | | | | | | x | | | | | CA |
| 2 | Da un piano all'altro | 3 | | | | | | x | | | | | BL |
| 3 | L'età dei nonni | 3 | 4 | | | | | x | | | | | TI |
| 4 | Colorare / | 3 | 4 | 5 | | | | | | x | x | | BB |
| 5 | I domino di Lilli | 3 | 4 | 5 | | | | | | x | x | | C.I |
| 6 | I fiori davanti alla scuola | | 4 | 5 | 6 | | | x | | | x | | BB |
| 7 | Il tempio greco | | 4 | 5 | 6 | | | x | x | | | | BL |
| 8 | Nel paese Piovepoco (II) | | 4 | 5 | 6 | | | x | | | | | CA |
| 9 | Strana pizza | | | 5 | 6 | | | x | x | | x | | PR |
| 10 | Un bizzarro modo di colorare | | | | 5 | 6 | 7 | | x | x | x | | BB |
| 11 | Il foglio dei francobolli | | | | 6 | 7 | 8 | x | | x | | | L0,SR |
| 12 | I Viaggi | | | | 6 | 7 | 8 | x | | | | | BL |
| 13 | Cifre uguali | | | | | 7 | 8 | xx | | | x | | Riv |
| 14 | A quale distanza | | | | | 7 | 8 | x | | xx | | | SI |
| 15 | Un gioco di carte | | | | | 7 | 8 | xx | | | | | PR |
| 16 | Cifre in movimento | | | | | 7 | 8 | xx | | | x | | SI |
| 17 | Torta o tortine | | | | | | 8 | x | x | xx | | | PR |

1. NEL PAESE DI PIOVEPOCO (cat. 3)

Nel paese PIOVEPOCO manca l'acqua. Due amiche, Laura e Paola, vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana ACQUACHIARA.

I loro due secchi insieme contengono 24 litri. Il secchio di Laura può contenere il triplo dell'acqua di quello di Paola.

Quanti litri contiene il secchio di Paola?

Spiegate come avete trovato la soluzione.

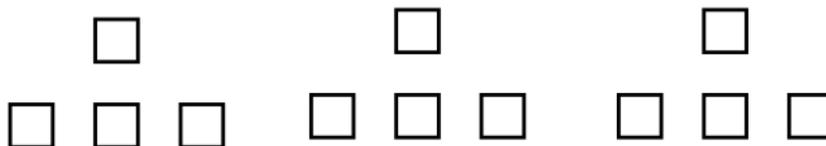
ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Aritmetica: le quattro operazioni, multipli, frazioni unitarie (quarto)

Analisi del compito

- Comprendere che il volume del secchio di Paola è tre volte più piccolo di quello di Laura (a).
- Comprendere che 24 litri è la somma dei contenuti dei due secchi (b).
- Ottenere 24 come somma di due numeri di cui uno è il triplo dell'altro, per tentativi e correzioni successive.
Oppure ottenere 24 come somma di due numeri di cui uno è il triplo dell'altro, mediante indicazione sistematica delle coppie possibili e calcolo della somma corrispondente: (1, 3); (2, 6); (3, 9); (4, 12) ... fino a (6, 18).

Soluzione identica con schema:



- Dedurre dalle informazioni (a) e (b) che 24 rappresenta 4 volte il contenuto del secchio di Paola e, a partire da qui, determinare tale contenuto, cioè 6, sia per tentativi additivi o moltiplicativi, sia riconoscendo che il numero che moltiplicato per 4 dà 24 o ancora dividendo 24 per 6

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (6 litri), con giustificazione
- 3 Risposta corretta senza giustificazione
- 2 Schematizzazione corretta e risultato errato oppure tentativo di ricerca coerente attraverso calcoli, ma con un errore
- 1 Schema incompleto oppure risposta 8 litri
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3

Origine: CRSEM – Cagliari

2. DA UN PIANO ALL'ALTRO (Cat.3)

Sei amiche abitano nello stesso palazzo di Via Pitagora, ognuna su un piano diverso.

Carolina abita al piano terra; Angelina abita al primo piano; Maria abita al secondo piano; e poi ci sono Carla, Doris e infine Giuseppina, la quale abita al quinto piano.

Tra due piani c'è sempre lo stesso numero di scalini.

Carolina prima va da Maria salendo 28 scalini.

Poi, accompagnata da Maria, riprende la scala per andare da Giuseppina.

Quanti scalini devono salire Carolina e Maria per andare dal piano di Maria a quello di Giuseppina?

Spiegate come avete trovato la soluzione.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizioni e moltiplicazioni; proporzionalità

Analisi del compito

- Comprendere che dal piano terra (Carolina) al piano di Maria (2°) ci sono due piani, e che dal piano di Maria a quello di Giuseppina (dal 2° al 5°) ce ne sono tre.
- Visto che Carolina sale 28 gradini per due piani, dedurre che ci sono 14 scalini tra un piano e l'altro, e dunque 42 scalini per salire i tre piani che separano Maria da Giuseppina.

Oppure dedurre che i numeri successivi di scalini sono proporzionali a due e tre, e che, visto che ci sono 28 scalini per due piani, ce ne saranno 42 per andare dal piano di Maria a quello di Giuseppina. (soluzione poco probabile al livello 3)

Oppure utilizzare uno schema con il numero di scalini tra due piani e aggiungere i numeri sottolineati:

| | |
|------------|-------------------|
| Giuseppina | |
| | <u>14 scalini</u> |
| Doris | |
| | <u>14 scalini</u> |
| Carla | |
| | <u>14 scalini</u> |
| Maria | |
| | 14 scalini |
| Angelina | |
| | 14 scalini |
| Carolina | |

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta, 42 scalini, con una spiegazione completa o illustrata da uno schema
- 3 Risposta corretta senza spiegazione o ragionamento corretto con un errore di calcolo
- 2 Risposta 56 dovuta ad un errore sul numero dei piani, valutato 6 oppure risposta 84 dovuto al calcolo 3×28
- 1 Inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 3

Origine: Belluno

3. L'ETÀ DEI NONNI (Cat. 3, 4)

- Dimmi, Camilla, quanti anni hanno i tuoi nonni?
- Posso dirti che se addiziono le loro età, trovo 132.
- Dammi ancora una informazione in più.
- Mio nonno ha 6 anni in più di mia nonna.
- E vivono insieme da molto tempo?
- Si sono sposati esattamente 42 anni fa.

Quanti anni avevano i nonni di Camilla il giorno del loro matrimonio?

Spiegate come avete trovato la soluzione.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Aritmetica: addizioni, sottrazioni
- Logica

Analisi del compito

- Capire che per prima cosa bisogna cercare l'età attuale dei nonni e per far questo:
 - Comprendere che bisogna cercare una coppia di numeri la cui somma sia 132 e la differenza 6.
 - Procedere per tentativi e correzioni successive.
 - Prendere la metà di 132 e aggiungere e togliere 3 oppure prendere 132, togliere 6, dividere per 2 e aggiungere 6Il ragionamento precedente può essere illustrato con uno schema.
- Sottrarre poi 42 ad ogni età per ottenere le loro età il giorno del matrimonio.
Ragionare dal punto di vista della numerazione: le cifre delle unità delle due età attuali possono essere (0, 6) o (1, 7) o (2, 8) o (3, 9) o (4, 0) o (5, 1) o (6, 2) o (7, 3) o (8, 4) o (9, 5): solo (3, 9) e (8, 4) permettono di ottenere 2 come cifra delle unità della somma. Con (3, 9) si ottiene la soluzione (63, 69) che è valida; con (8, 4) si può tentare (58, 64) o (68, 74) che però non vanno bene.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Soluzione corretta (21 anni e 27 anni) con spiegazione chiare
- 3 Soluzione corretta con spiegazione poco chiara o incompleta.
- 2 Ricerca delle età attuali dei nonni (63 e 69 anni) oppure procedura corretta ma errore di calcolo
- 1 Risposta non corretta, ma inizio di ricerca coerente
- 0 Incomprensione del problema

Livelli: 3 - 4

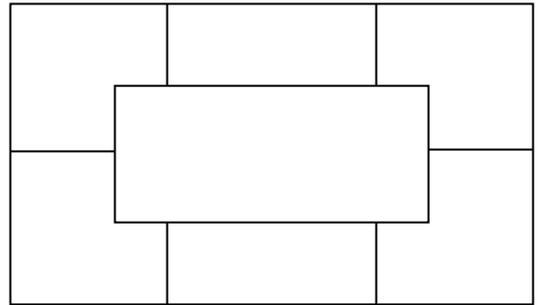
Origine: Ticino

4. COLORARE (Cat. 3, 4, 5)

Lea vuole colorare una pavimentazione come questa,

rispettando le condizioni seguenti:

- ogni parte deve essere di un solo colore;
- il blu tocca tutti i colori;
- il rosso e il giallo sono negli angoli a sinistra;
- il rosso, il viola e il nero non toccano il verde;
- l'arancione tocca il nero.



Colorate in tutti i diversi modi la pavimentazione di Lea rispettando tutte le condizioni.

Spiegate come avete fatto per trovarle.

ANALISI A PRIORI

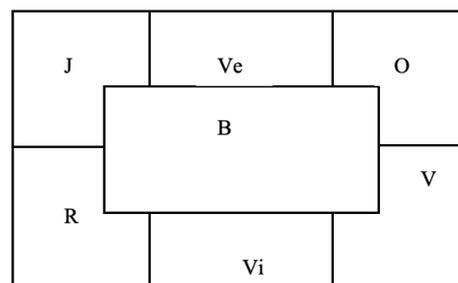
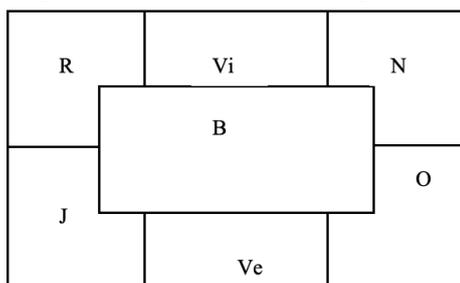
Ambito concettuale

- Logica, ragionamento deduttivo
- Geometria: lateralizzazione, disposizioni relative spaziali

Analisi del compito

- Comprendere che il blu occupa obbligatoriamente la casella centrale.
- Comprendere che il rosso e il giallo possono occupare alternativamente solo due posizioni (in alto a sinistra e in basso a sinistra).
- Aver individuato che tutte le caselle del contorno toccano ognuna tre colori, di cui uno è il blu.
- Dedurre che il verde può toccare solo il giallo, il blu e l'arancione e dunque il verde è obbligatoriamente vicino al giallo (quindi due sole possibilità).
- In seguito, sistemare l'arancione vicino al verde, poi il nero vicino all'arancione e infine il viola.

Oppure procedere per tentativi, verificando il rispetto dei vincoli.



Attribuzione dei punteggi

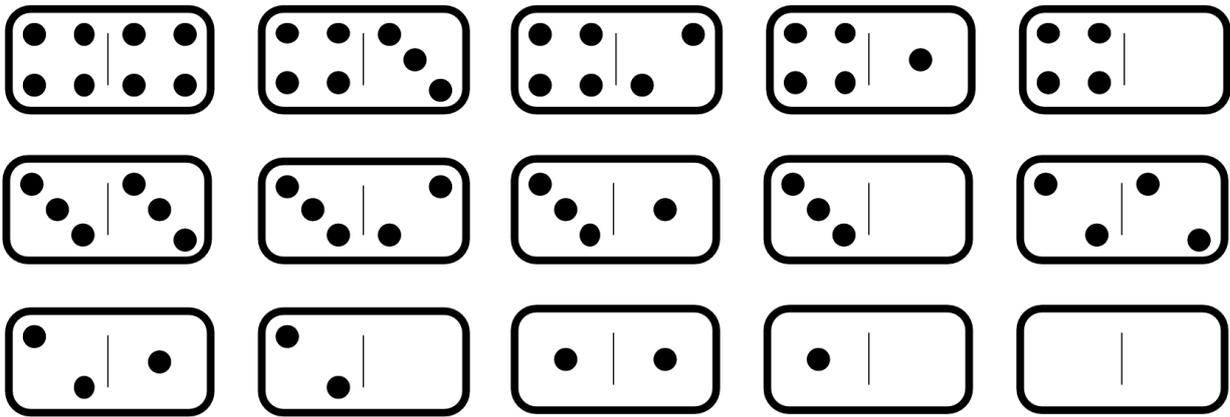
- 4 Le due risposte corrette, con spiegazione del procedimento seguito
- 3 Due risposte giuste con spiegazioni parziali o assenti oppure una risposta giusta con spiegazioni corrette (non risposte errate)
- 2 Una o due soluzioni corrette, accompagnate da una sola risposta errata o una soluzione corretta senza spiegazione
- 1 Una o due soluzioni corrette, accompagnate da più di una risposta errata oppure colorazione che tiene conto di 4 dei 5 vincoli
- 0 Incomprensione del problema o più di tre risposte sbagliate

Livelli: 3 – 4 - 5

Origine: Bourg-en-Bresse

5. I DOMINO DI LILLI (Cat 3, 4, 5)

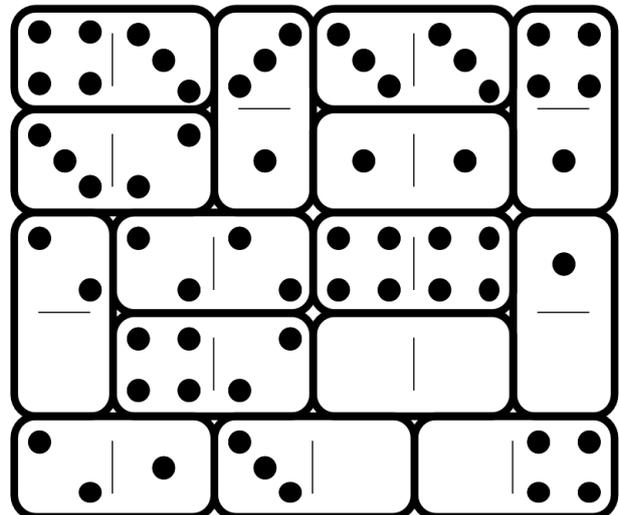
Ecco qui le 15 tessere del gioco del domino di Lilli:



Lilli deve posizionare sul tabellone che vedi qui sotto le sue 15 tessere, secondo il numero di punti indicati in ogni casella

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 |
| 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 1 |
| 0 | 4 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 3 | 0 | 0 | 4 |

Ecco quello che ha fatto Lilli!



Ecco un altro tabellone:

Lilli ha già indicato su questo tabellone la posizione di una tessera.

Come sistemerà Lilli le altre 14 tessere su questo tabellone?

Per rispondere potete disegnare il contorno di ciascuna tessera oppure ritagliare le 15 tessere e incollarle al posto giusto.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 1 | 4 | 0 | 2 |
| 3 | 2 | 2 | 4 | 0 | 3 |
| 0 | 3 | 2 | 4 | 0 | 4 |
| 2 | 3 | 1 | 4 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 3 | 4 | 2 |

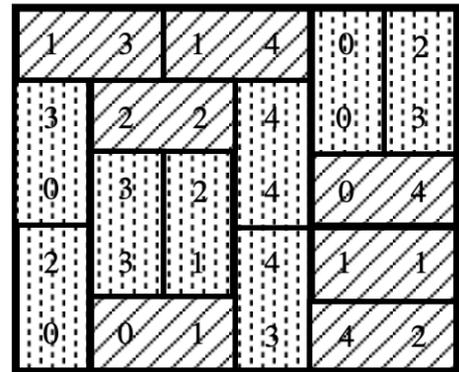
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Geometria: pavimentazione secondo consegne date
- Logica: deduzioni successive

Analisi del compito

- Capire l'enunciato constatando che ci sono 15 tessere del domino tutte diverse con cui si possono ricoprire le 30 caselle della griglia, ma che non le si può mettere tutte orizzontalmente né tutte verticalmente affinché il numero dei punti corrisponda alle indicazioni delle caselle.
- Rendersi conto che, per la maggior parte dei domino, ci sono molte disposizioni possibili, che sarà necessario fare delle scelte e lavorare per ipotesi successive:
si prova una disposizione dei primi domino e poi si verifica se si può procedere con successo.
- Individuare i domino già sistemati e quelli da sistemare successivamente.
- Trovare la miglior partenza possibile esaminando la griglia e la posizione del domino 3-3 già definita,
- Capire che per l'angolo in basso a sinistra ci sono due scelte possibili: 0 - 0 in orizzontale oppure 0 - 2 in verticale (0 - 0 condurrà ad un vicolo cieco poiché obbliga a scegliere 2 - 0 a sinistra di 3 - 3 e, di conseguenza, a scegliere 2 - 3 nell'angolo in alto a destra e a ritrovarsi con un nuovo 0 - 0 in questa zona). Il 2 - 0 è allora l'unica possibilità ed essa induce poi 3 - 0, 1 - 3, 2 - 2, ... Proseguire così la catena deduttiva rispettando i vincoli di incastro per arrivare all'unica soluzione.
- Oppure lavorare per tentativi, con buona fortuna.



Attribuzione dei punteggi

- 4 Il disegno con la distribuzione corretta dove si vedono le tessere intere
- 3 Una sistemazione con due tessere mal sistemate oppure una tessera posizionata due volte
- 2 Una sistemazione con un massimo di 4 tessere mal messe o messe due volte
- 1 Inizio di sistemazione corretta (almeno 5 tessere ben sistemate)
- 0 Incomprensione del problema (per esempio posizionamento di tessere non intere) o meno di 4 tessere sistemate

Livelli: 3 - 4 - 5

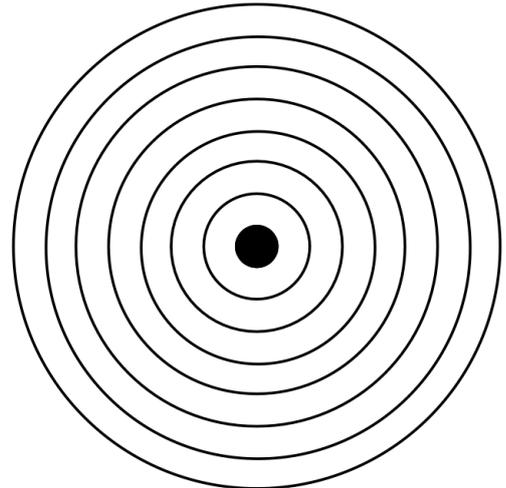
Origine: A partire dal "gioco classico" « La boîte de rangement » (Math-Ecole 151, Jeux 5 APMEP), adattato da C.I.

6. I FIORI DAVANTI ALLA SCUOLA (Cat. 4, 5, 6)

Il signor Piantabella decide di sistemare un'aiuola circolare di fiori davanti alla scuola.

Suddivide l'aiuola in 7 anelli come nel disegno. Egli procede seguendo sempre una stessa regola per i tulipani e un'altra per le rose, nella maniera seguente:

- nel primo anello, partendo dal centro, dispone 2 tulipani e 3 rose;
- nel secondo anello, dispone 5 tulipani e 7 rose;
- nel terzo anello, dispone 8 tulipani e 15 rose;
- nel quarto anello, dispone 11 tulipani e 27 rose;
- e così via fino al settimo anello.



Secondo voi, quanti fiori planterà in tutto il signor Piantabella nel settimo anello? Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, moltiplicazione
- Logica

Analisi del compito

- Capire che, per ciascuna varietà di fiori, poiché la successione del numero di piante nei diversi anelli parte dal centro, essa si ricava da una regola, e che tale regola è diversa per ogni tipo di piantina.
- Per ogni successione, fare delle ipotesi sulle relazioni aritmetiche esistenti tra due termini consecutivi della successione e controllarne l'esattezza.
- Se $n = 1$ corrisponde alla fila dell'anello più vicino al centro e t_n e r_n rappresentano il numero di fiori di una varietà nell'anello corrispondente all'ennesima fila,
 - per i tulipani: $t_{n+1} = t_n + 3$ o $t_n = 3n - 1$
 - per le rose: $r_{n+1} = r_n + 4n$
- Calcolare il numero di fiori di ciascuna varietà nel settimo anello e sommare i tre numeri.
- Oppure calcolare il numero totale dei fiori in ciascuno dei primi anelli: 5 ; 12 ; 23 ; 38, constatare che la differenza del numero di fiori è in progressione : 7; 11; 15.
- Emettere dunque l'ipotesi che l'aumento del numero di fiori tra l'ennesimo e l' $n+1$ esimo anello è $\Delta_n = \Delta_{n-1} + 4$, se Δ_n indica la differenza del numero di fiori tra due anelli successivi per $n \geq 2$ e $\Delta_1 = 7$.
- Utilizzare questa regola per determinare il numero totale di fiori nel settimo anello

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (107 fiori di cui 20 tulipani e 87 rose) con spiegazione
- 3 Risposta corretta senza spiegazione o spiegazione parziale o numero di fiori di ciascuna varietà corretto ma mancanza del numero totale o risposta sbagliata (le due regole sono identificate, ma c'è un errore di calcolo)
- 2 Una regola correttamente individuata e numero di fiori corrispondenti esatto
- 1 Una regola individuata ma, dopo, con errore di calcolo
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 4 - 5 - 6

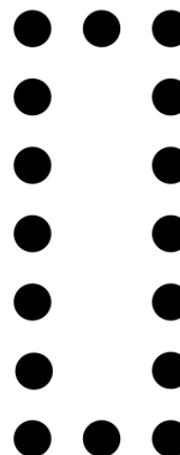
Origine: Bourg-en-Bresse

7. IL TEMPIO GRECO (Cat. 4, 5, 6)

Mario vuole realizzare un modellino di tempio greco con dei blocchi di un gioco di costruzioni. Ha letto che alcuni templi greci erano di forma rettangolare e che erano circondati da colonne con le caratteristiche seguenti:

- il numero delle colonne disposte sulla lunghezza del rettangolo deve essere superiore di uno rispetto al doppio del numero delle colonne disposte sulla larghezza;
- inoltre, una colonna è posta ad ogni angolo del tempio;
- infine, si hanno sempre più di due colonne sulla larghezza.

Nello schema riportato a fianco, è rappresentato il tempio più piccolo che si possa costruire.



Mario ha a disposizione 35 pezzi a forma di colonna. Cerca di costruire tutti i templi possibili. Quando ne ha costruito uno, lo disegna, poi lo distrugge per cercare di costruirne uno diverso.

Quanti templi può costruire Mario?

Quante colonne saranno disposte sulla lunghezza e quante sulla larghezza di ogni tempio?

Spiegate come avete trovato le vostre soluzioni.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: relazioni moltiplicative e additive fra numeri
- Geometria: rettangolo

Analisi del compito

- Capire la relazione tra il numero di colonne poste su ogni dimensione.
- Capire che le colonne agli angoli non devono essere contate due volte.
- Procedere per tentativi disegnando i diversi schemi e conteggiando le colonne disegnate.

Trovare le soluzioni fissando successivamente le n colonne possibili sulla larghezza, cercare il numero delle colonne sulla lunghezza e contare il totale delle colonne (aiutandosi eventualmente con uno schema)

Se $n = 3$, ci sono 7 colonne ($3 \times 2 + 1$) sulla lunghezza e in totale 16 colonne ($7+3+7+3-4$ o $2+6+2+6$).

Se $n = 4$, ci sono 9 colonne ($4 \times 2 + 1$) sulla lunghezza e in totale 22 colonne ($9+4+9+4-4$ o $3+8+3+8$).

Se $n = 5$, ci sono 11 colonne ($5 \times 2 + 1$) sulla lunghezza e in totale 28 colonne ($11+5+11+5-4$ o $4+10+4+10$).

Se $n = 6$, ci sono 13 colonne ($6 \times 2 + 1$) sulla lunghezza e in totale 34 colonne ($13+6+13+6-4$ o $5+12+5+12$).

Se $n = 7$, ci vorrebbero 40 colonne, cosa impossibile (perché ne ha solo 35).

Oppure: notare che il numero totale di colonne aumenta di 6 quando il numero di colonne sulla larghezza aumenta di 1 ($1 + 1 + 2 + = 6$) trovare così tutte le soluzioni possibili.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Le 4 soluzioni corrette (o le altre 3 al di fuori dello schema dato), con spiegazione o schemi (disegni).
- 3 Le 4 soluzioni corrette (o le altre 3 al di fuori dello schema), con spiegazione incompleta o almeno 2 soluzioni diverse da quella data con spiegazioni o schemi.
- 2 Almeno 2 soluzioni diverse da quella data con spiegazione incompleta o senza spiegazione oppure le 4 soluzioni corrette (o le altre 3 al di fuori dello schema) accompagnate da soluzioni che non tengano conto di alcuni vincoli.
- 1 Una sola soluzione corretta diversa da quella data.
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 4 - 5 - 6

Origine: Belluno

8. NEL PAESE DI PIOVEPOCO (Cat. 4, 5, 6)

Nel paese PIOVEPOCO manca l'acqua. Due amiche, Laura e Paola, vanno a prendere l'acqua con un secchio alla fontana ACQUACHIARA.

I loro due secchi insieme contengono 26 litri. Con l'acqua contenuta nel secchio di Laura si può riempire per tre volte il secchio di Paola e restano ancora 2 litri d'acqua nel secchio di Laura.

Quanti litri contiene il secchio di Paola? E quello di Laura?

Spiegate come avete trovato la vostra soluzione

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Aritmetica: le quattro operazioni, multipli, frazioni

Analisi del compito

- Comprendere che il volume del secchio di Laura diminuito di due litri è tre volte più grande di quello di Paola.
- Comprendere che 26 litri è la somma dei contenuti dei due secchi.
- Cercare di ottenere 26 come somma di tre numeri di cui uno è il triplo dell'altro e il terzo è 2, per tentativi e correzioni successive.
- Togliere 2 a 26 e:
 - cercare di ottenere 24 come somma di due numeri di cui uno è il triplo dell'altro;
 - oppure comprendere che il contenuto del secchio di Paola è un quarto di 24 litri, e determinare questo contenuto, cioè 6 litri, sia attraverso prove di addizioni o moltiplicazioni, sia riconoscendo che il numero che moltiplicato per quattro fa 24 è 6 oppure con divisione.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposte corrette (6 litri, 20 litri), con giustificazione
- 3 Risposte corrette senza giustificazione
- 2 Una sola risposta corretta
- 1 Inizio di ricerca di soluzione attraverso i calcoli, oppure schema incompleto.
- 0 Incomprensione del problema

Livelli: 4 - 5 - 6

Origine: CRSEM – Cagliari

9. STRANA PIZZA (Cat. 5, 6)

Per battere un record gli abitanti di un villaggio decidono di fare una grande pizza rettangolare. La pizza deve essere lunga 4 m ed essere composta da quattro parti: una ai funghi, una al prosciutto, una alle olive e una alle verdure. Per venire incontro ai gusti di tutti, gli abitanti decidono che:

- la lunghezza della parte al prosciutto deve essere il doppio di quella ai funghi e la metà di quella alle olive;
- la lunghezza della parte alle verdure deve essere un quarto di quella più lunga.

Quale sarà la lunghezza di ciascuna parte di pizza?

Spiegate come avete fatto a trovare la soluzione.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Logica: formulazione di ipotesi, ragionamento deduttivo
- Aritmetica: frazioni

Analisi del compito

- Capire che la parte alle olive è la più lunga.
- Capire i differenti rapporti fra le lunghezze e confrontarli con la parte più lunga: $L(\text{prosciutto}) = 1/2L(\text{olive})$; $-L(\text{funghi}) = L(\text{verdure}) = 1/4L(\text{olive})$. I rapporti possono essere espressi anche riferendosi ad una delle lunghezze più corte.
- Dedurre che $L(\text{olive})$ è uguale alla metà della lunghezza intera (4 m), dunque 2 m, poi le altre lunghezze (1m, 50 cm, 50 cm).
- Oppure utilizzare una rappresentazione grafica per rappresentare i rapporti.

Attribuzione dei punteggi

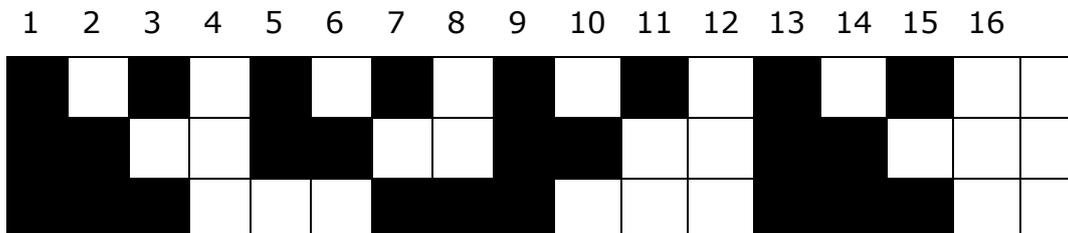
- 4 Risposta corretta (2 m, o 200 cm per le olive, 1 m o 100 cm per il prosciutto, 0,5 oppure 50 cm per funghi e verdure) con spiegazione o schema corretto
- 3 Risposta corretta senza giustificazione
- 2 Risposta parzialmente corretta (almeno due parti corrette) oppure ragionamento corretto ma con errori di calcolo
- 1 Inizio di ragionamento o schema corretto
- 0 Incomprensione del problema

Livelli: 5 - 6

Origine: Parma

10. UN BIZZARRO MODO DI COLORARE (Cat. 5, 6, 7)

Massimo colora un foglio quadrettato nel seguente modo, rispettando per ogni riga una regola di colorazione differente:



Ha già colorato in modo corretto fino alla colonna 15 e si accorge che le colonne 1, 9 e 13 sono completamente colorate. Prosegue a colorare ben oltre la colonna 16.

La colonna 83 sarà interamente colorata? E la colonna 265?

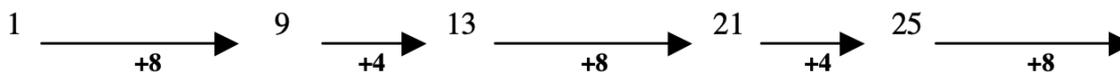
Spiegate come siete arrivati alla soluzione

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Logica: formulazione di ipotesi, ragionamento deduttivo
- Aritmetica: divisione con resto

Analisi del compito

- Rendersi conto del fatto che la regolarità è determinata dall'osservazione delle righe e non delle colonne
- Osservare che:
 - sulla riga 1: le colonne dispari sono colorate
 - sulla riga 2: le colonne associate ad un numero il cui resto nella divisione per 4 è 1 oppure 2 sono colorate
 - sulla riga 3: le colonne associate ad un numero il cui resto nella divisione per 6 è 1, 2 oppure 3 sono colorate.
- Dedurre che per le colonne interamente colorate devono verificarsi le tre condizioni di cui sopra
- Cercare il resto dividendo per 2, 4, 6 ciascuno dei numeri proposti
 - 83 dà per resto 3 se diviso per 4, quindi non conviene (lo si può vedere anche colorando o con la scrittura di tre sequenze di "numeri colorati") ...
 - 265 dà sempre per resto 1 se diviso per 2, 4, 6, quindi sarà colorato 3 volte
- Altra possibilità: trovare che una stessa serie di colonne colorate si ripete per tutte le 12 colonne, dividere 83 e 265 per 12: la colorazione delle colonne è la stessa rispetto a quella delle colonne corrispondenti al resto ottenuto (11 per 83 e 1 per 265). Solo la colonna 265 sarà dunque interamente colorata.
- O cercare una regola che permette di ritrovare delle colonne interamente colorate:



E verificare che con questa regola si arriva a 256 ma non a 83.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (no per il primo, sì per il secondo) con giustificazione o disegno corretto
- 3 Risposta corretta con giustificazione parziale
- 2 Risposta parzialmente corretta (uno dei due numeri) con giustificazione, oppure risposta con comprensione delle tre condizioni, ma errore di calcolo o risposta corretta senza spiegazione.
- 1 Inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

Livelli: 5 - 6 - 7

Origine: Bourg-en-Bresse

11. IL FOGLIO DEI FRANCOBOLLI (Cat. 6, 7, 8)

Giovanni colleziona francobolli. Ha davanti a sé un foglio rettangolare con 24 francobolli e ha già staccato i bordi bianchi del foglio. Ha deciso di dividere tale foglio con i suoi 23 compagni di classe. Per separare i francobolli senza rovinarli, un collezionista comincia sempre col piegare bene il foglio seguendo le linee dei dentini prima di dividerlo in due parti. Poi prosegue nello stesso modo, con un solo pezzo per volta, piegandolo e separandolo per ottenere due nuove parti.

Quante piegature dovrà fare Giovanni, come minimo, per ottenere i 24 francobolli separati?

Spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Aritmetica: moltiplicazione e addizione
- Geometria: rettangolo
- Topologia

Analisi del compito

- Disegnare un rettangolo di 24 caselle (i francobolli) e dividerlo con effettive separazioni o evidenziando le linee di separazione, pezzo per pezzo. (Nel caso in cui il rettangolo non sia effettivamente diviso, bisogna evitare di separare più parti alla volta con una stessa linea).
- Capire che il numero di separazioni non dipende dalla loro disposizione e che ne sono sempre necessarie 23 per il rettangolo dato, perché ad ogni taglio il numero delle parti aumenta di uno.
- Capire che il numero di tagli è anche indipendente dalle dimensioni del rettangolo di 24 quadretti (6 x 4, 8 x 3, 12 x 2, 24 x 1) e che esso rimane sempre 23 purché le regole siano rispettate.
- Descrivere il metodo con schemi successivi e mostrare che il numero di tagli (o piegature) è indipendente dal loro ordine e dalla forma del rettangolo.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (23 piegature/separazioni) con spiegazione chiara e dettagliata, evidenziando la costanza di tale numero per almeno 3 dei 4 rettangoli possibili
- 3 Risposta corretta con spiegazione dettagliata per uno o due dei rettangoli possibili
- 2 Risposta corretta data su un solo rettangolo e con una sola modalità di piegatura/separazione senza cercare di mostrare che 23 è il minimo
- 1 Inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema.

Livelli: 6 - 7 - 8

Origine: Lodi, Svizzera romanda

12. I VIAGGI (Cat. 6, 7, 8)

Paolo, Giovanni e Maria abitano in tre città di Transalpi, situate alla stessa distanza dalla capitale, Equalia. Si danno appuntamento alla stazione di Equalia alle ore 11 di mattina del giorno dopo.

Ciascuno di essi parte nella stessa giornata dell'appuntamento e proprio allo scoccare di un'ora (si dice che l'ora scocca quando la lancetta dei minuti passa per le 12).

Ciascuno di essi arriva esattamente all'ora stabilita e utilizza un mezzo di trasporto diverso.

- Paolo arriva in bicicletta, viaggiando alla velocità media di 20 km/ora.
- Giovanni arriva in treno viaggiando ad una velocità media di 60 km/ora.
- Maria arriva in autobus, ad una velocità media di 40 km/ora.

A che ora è partito ciascuno di essi e a quale distanza da Equalia si trovano le loro città?

Spiegate le vostre risposte.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Aritmetica: multipli e multipli comuni.

Analisi del compito

- Capire che la distanza tra Equalia e le tre città dev'essere multipla di 20, di 40, di 60 (in km) e, di conseguenza, è 120 o uno dei suoi multipli.
Se si tratta di 120, allora Paolo ha viaggiato per 6 ore (120:20), ed è dunque partito alle 5 di mattina; Giovanni ha viaggiato per 2 ore (120:60) ed è partito alle 9; Maria ha viaggiato per 3 ore (120:40) ed è partita alle 8 di mattina.
- La distanza non può essere 240 km, né un altro multiplo di 120 perché in tal caso qualcuno sarebbe partito il giorno precedente.
- La distanza deve dunque essere di 120 km: Paolo è partito alle 5, Giovanni alle 9 e Maria alle 8.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Le quattro risposte esatte, ben argomentate (con la giustificazione dell'unicità della soluzione)
- 3 Le quattro risposte esatte, con giustificazione incompleta (senza la giustificazione dell'unicità della soluzione)
- 2 Le quattro risposte senza giustificazione, oppure due o tre risposte con giustificazione
- 1 Inizio di analisi che evidenzia una certa comprensione della situazione
- 0 Incomprensione del problema.

Livelli: 6 - 7 - 8

Origine: Belluno

13. CIFRE UGUALI (Cat 7, 8)

Riccardo scopre che quando moltiplica 12345679 per 0,45, ottiene un numero che si scrive solo con nove cifre tutte uguali a 5 e una virgola.

Incuriosito, egli si chiede se è possibile trovare dei numeri che, quando li si moltiplica per 12345679 si scrivono solo con nove cifre tutte uguali a 7, eventualmente con la virgola.

Riccardo riuscirà nella sua ricerca? In quanti modi possibili?

Scrivete i numeri che avete trovato e spiegate il vostro ragionamento.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Aritmetica: cifra e numero, moltiplicazione e divisione, numeri decimali.
- Logica: organizzazione di una ricerca.

Analisi del compito

- Verificare che moltiplicando 12345679 per 0,45 si ottiene il numero 5555555,55 formato da nove cifre 5.
- Osservare che si ottiene un numero formato da nove "5" anche con le seguenti moltiplicazioni:
 $12345679 \times 45 = 555555555$
 $12345679 \times 4,5 = 55555555,5$
 $12345679 \times 0,045 = 555555,555$
 $12345679 \times 0,0045 = 55555,5555$
.....
 $12345679 \times 0,00000045 = 5,55555555$ e che non ce ne sono altre.
- Osservare che, qualunque sia la posizione della virgola nei numeri formati solo da cifre 5, i risultati formati solo da cifre 7 sono ogni volta i $7/5$ più grandi. Il fattore moltiplicativo di 12345679 deve dunque anch'esso essere $7/5$ volte quello del fattore corrispondente. Si ha pertanto $7/5 \times 45 = 7 \times 9 = 63$
- Secondo quanto è stato osservato in precedenza, dedurre che ci sono nove soluzioni possibili: 63; 6,3; 0,63; 0,063; 0,0063; 0,00063; 0,000063; 0,0000063; 0,00000063.

Oppure:

- Rendersi conto che per ottenere 7 come cifra delle unità nel numero cercato, bisogna moltiplicare il numero 12345679 per un numero che abbia 3 come cifra delle unità; ragionando sull'algoritmo della moltiplicazione, si vede come il numero cercato non può limitarsi a 3 (poiché $12345679 \times 3 = 37037037$), ma deve anche avere 6 come cifra delle decine ($6 \times 9 = 54$ e $3+4 = 7$):

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccccc}
 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 \\
 & & & & & & ? & 3 \\
 \hline
 & & & & & & & \\
 & & & & & & 3 & 7 & 0 & 3 & 7 & 0 & 3 & 7 \\
 & & & & & & ? & ? & ? & ? & ? & ? & ? & 4 \\
 \hline
 & & & & & & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7
 \end{array}
 & \times & \\
 & & & & & & & & & & & & & & =
 \end{array}$$

- Verificare che $12345679 \times 63 = 777777777$ e trovare le altre 8 soluzioni.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta con le nove soluzioni e spiegazioni dettagliate del procedimento
- 3 Risposta corretta con le nove soluzioni senza spiegazioni sufficienti oppure ragionamento corretto ma con soluzioni mancanti (da due a otto)
- 2 Ragionamento corretto, ma una sola soluzione trovata oppure da due a otto soluzioni senza spiegazioni sufficienti
- 1 Inizio di ragionamento corretto oppure una soluzione senza giustificazione
- 0 Incomprensione del problema

Livelli: 7 - 8

Origine: Riva Del Garda

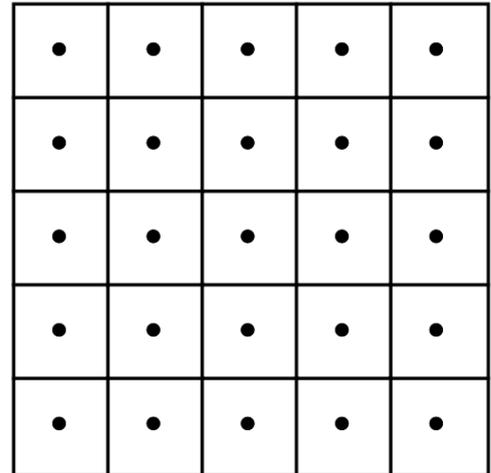
14. A QUALE DISTANZA? (Cat. 7, 8)

Un giardiniere ha piantato degli alberi a distanza regolare in un terreno quadrato come mostra il disegno.

Suo figlio, che ha una mente matematica, osserva che la distanza tra due alberi non è sempre la stessa. Egli pone questa domanda:

"Quante distanze differenti ci sono tra due alberi del tuo giardino?"

**Rispondete anche voi a questa domanda.
Spiegate come avete trovato la soluzione.**



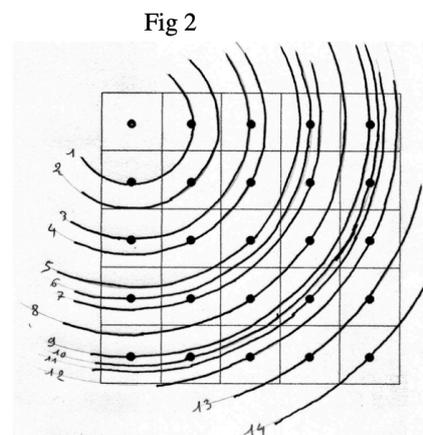
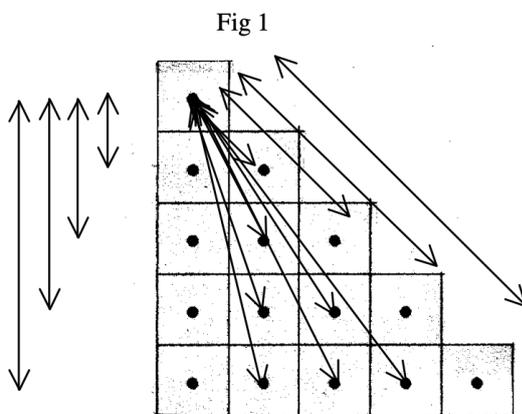
ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Logica: strategia di ricerca per conteggio delle differenti distanze.
- Geometria: isometrie, disposizioni relative, distanze.

Analisi del compito

- Osservare che la distanza maggiore è quella che collega due vertici opposti.
- Capire che su una riga di punti (orizzontale, verticale o obliqua) si possono trovare molte coppie di punti equidistanti tra loro.
- Dedurre che ci si deve accontentare di misurare le distanze fra il "punto d'origine" e gli altri punti.
- Scoprire che, considerata la simmetria rispetto ad una diagonale, si possono prendere in considerazione solo 15 punti. (Fig. 1)



- Utilizzare il compasso per confrontare le distanze (Fig 2)

Attribuzione dei punteggi

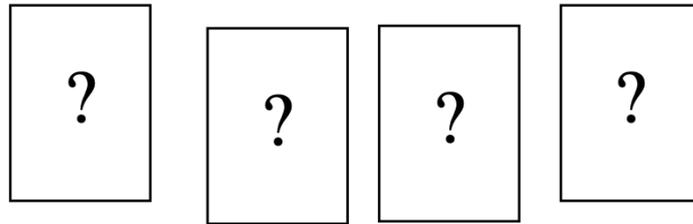
- 4 Risposta corretta (14 distanze differenti) con giustificazione o disegno
- 3 Risposta corretta con giustificazione parziale o senza giustificazione oppure risposta parziale (12 o 13), con spiegazione
- 2 Risposta compresa fra 8 e 11, con tentativo di spiegazione
- 1 Risposta inferiore a 8 ma superiore a 3, con inizio di spiegazione
- 0 Incomprensione del problema

Livelli: 7 - 8

Origine: Bourg-en-Bresse

15. UN GIOCO DI CARTE (Cat. 7, 8)

Luca e i suoi amici giocano a carte con un mazzo da 52, composto da 4 serie di carte numerate da 1 a 13. Per questo gioco si girano 4 carte, a facce scoperte, e si forma un mazzo con le altre coperte.



A turno, ogni giocatore prende la carta superiore del mazzo e, quando è possibile, prende le carte scoperte la cui somma corrisponde al numero della carta presa dal mazzo. Per esempio, se si prende un "8", si può prendere una carta scoperta "8" oppure due, tre o quattro carte scoperte la cui somma sia 8.

Tocca a Luca. Egli osserva le quattro carte scoperte e dice, prima di prendere la carta sul mazzo, "sono fortunato, sono sicuro di poter prendere almeno una delle carte scoperte".

Quali possono essere i numeri delle quattro carte scoperte?

Spiegate come li avete trovati.

ANALISI A PRIORI

Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, potenze
- Combinatoria

Analisi del compito

- Intuire che i quattro numeri devono essere tutti diversi tra loro, tutti inferiori o uguali a 13, e tali da generare tutte le somme diverse da 1 a 13.
- Rendersi conto che 1 e il 2 devono necessariamente far parte dei quattro numeri (non possono essere ottenuti come somma di altri) e che devono essere esclusi anche numeri troppo alti (13, 12, ...) perché altrimenti non si riesce a generare tutti gli altri.
- Procedere per tentativi e rendersi conto che il terzo numero deve essere il 3 o il 4; nel primo caso si ha la soluzione 1-2-3-7; nel secondo caso si hanno le tre possibilità: 1-2-4-6; 1-2-4-7; 1-2-4-8.
- La soluzione 1-2-4-8 (e solo quella) può essere ottenuta anche con una delle seguenti strategie:
- Procedere per tentativi partendo da 1 ed escludendo i numeri che si ottengono attraverso operazioni di addizione: quindi 2 sì, 3 no (è $1 + 2$), 4 sì, 5, 6, 7 no (si ottengono tutti sommando i numeri 1, 2, 4) 8 sì.

Oppure

Osservare che ogni numero pari è una somma di potenze di 2, quindi scegliere le potenze 2, 2^2 , 2^3 e il numero 1 che permette di ottenere tutti i dispari.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (le quattro soluzioni: 1-2-3-7; 1-2-4-6; 1-2-4-7; 1-2-4-8) con giustificazione completa
- 3 Risposta corretta senza giustificazione o con la sola verifica oppure 2 o 3 soluzioni con giustificazione completa
- 2 2 o 3 soluzioni corrette senza giustificazione o solo verifica
- 1 Inizio di ragionamento corretto oppure una sola soluzione trovata
- 0 Incomprensione del problema

Origine: Parma

Livelli: 7 - 8

16. CIFRE IN MOVIMENTO (Cat. 7, 8)

Un numero di 4 cifre è tale che:

- le cifre che lo compongono sono tutte diverse tra loro e da 0
- mettendo le unità al posto delle migliaia, le decine al posto delle centinaia, le centinaia al posto delle unità, le migliaia al posto delle decine si ottiene un numero che sommato a quello di partenza dà 9613.

Quali numeri si possono scrivere con queste caratteristiche?

Spiegate come li avete trovati.

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Aritmetica: operazioni; cifra e numero
- Logica

Analisi del compito

- Rappresentare la situazione con uno schema del tipo:

$$\begin{array}{cccccc} a & b & c & d & + & \\ \hline d & c & a & b & = & \\ 9 & 6 & 1 & 3 & & \end{array}$$

- Rendersi conto che, terminando il numero somma per 3, il primo e il secondo numero devono avere come cifre delle unità rispettivamente: 1-2, 2-1, 5-8, 8-5, 6-7, 7-6. 9-4, 4-9
- Rendersi conto che 4-9, 9-4, e 8-5 non portano a nessuna soluzione
- Trovare che ponendo $d = 1$ e $b = 2$ si ha la soluzione **8231**; ponendo $d = 2$ e $b = 1$ si ha la soluzione **7142**; ponendo $d = 5$ e $b = 8$ si ha la soluzione **3875**; ponendo $d = 6$ e $b = 7$ si trova la soluzione **2786**; e che ponendo $d = 7$ e $b = 6$ si trova la soluzione **1697**.

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta giusta (8231 – 7142 - 3875 – 2786 – 1697) con spiegazione che esclude le altre possibilità
- 3 Risposta giusta senza spiegazione o con solo verifica
- 2 Individuati tre o quattro numeri
- 1 Individuati uno o due numeri
- 0 Incomprensione del problema

Livelli: 7 - 8

Origine: Siena

17. TORTA O TORTINE? (Cat. 8)

Ogni domenica la signora Panettiera prepara un impasto con uova, zucchero, burro e farina, lo mette in uno stampo cilindrico (riempiendolo completamente), lo cuoce nel forno e diventa una torta buonissima! Oggi però, con lo stesso quantitativo di impasto, vorrebbe fare, anziché un'unica torta, delle tortine utilizzando degli stampi che hanno metà diametro e metà altezza di quello che usa di solito.

**Quante tortine otterrà con la stessa dose di impasto di una torta?
Spiegate il vostro ragionamento.**

ANALISI A PRIORI**Ambito concettuale**

- Geometria: volume del cilindro
- Aritmetica: rapporti
- Algebra: calcolo letterale

Analisi del compito

- Capire che gli stampi corrispondono a cilindri con diversi volumi e che la somma dei volumi dei cilindri piccoli (V_1) deve essere uguale al volume del cilindro grande (V_2).
- Capire che il rapporto V_1/V_2 fra i volumi è $1/8$ perché l'area di base del cilindro piccolo è $1/4$ di quella del cilindro grande e l'altezza è la metà. Dedurre che occorrono 8 cilindri piccoli per ottenere un volume corrispondente a 1 cilindro grande.

Oppure:

- Indicare con r e h il raggio e l'altezza del cilindro grande e $r/2$ e $h/2$ il raggio e l'altezza dei cilindri piccoli
- Calcolare il volume dei due cilindri e dedurre che 8 cilindri piccoli corrispondono ad uno grande

Oppure:

- Fare delle congetture e sottoporle a verifica, attribuendo dimensioni particolari agli stampini (ad esempio 20 e 10 come raggi, 12 e 6 e 10 come altezze)

Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (8) con giustificazione completa e coerente
- 3 Risposta corretta con giustificazione incompleta o verifica delle congetture anche attraverso un disegno oppure risposta corretta ottenuta a partire da esempi numerici senza passaggio ad una generalizzazione
- 2 Risposta corretta priva sia di giustificazione che di verifica, oppure risposta corretta ottenuta da un solo esempio numerico
- 1 Inizio di ragionamento corretto, per esempio relativo ai rapporti fra le aree di base o al calcolo dei volumi dei due cilindri
- 0 Incomprensione del problema

Livello: 8

Origine: Parma