

## 9° Rally Matematico Transalpino, finale

	<i>Titolo</i>	<i>Livello</i>	<i>Origine</i>	<i>Ambito</i>
1	I gettoni	3	BB	Aritmetica
2	Rettangoli!	3 4	BB	Geometria - Logica
3	La combinazione della cassaforte	3 4	PR	Combinatoria – Aritmetica (multipli)
4	Pulizie	3 4 5	SR	Aritmetica (suddivisione proporzionale)
5	Albero di Natale	3 4 5	VA	Geometria (pavimentazione con triangoli)
6	Collezione di francobolli	4 5 6	SI	Logica – Aritmetica (operazioni)
7	Una strana calcolatrice	4 5 6	SI	Aritmetica (multipli)
8	Il castello	5 6	Praga	Aritmetica - Geometria
9	La chiusura del bar	5 6 7	SR	Aritmetica (operazioni)
10	Le uova di Anastasia	5 6 7	LU	Aritmetica (scomposizione di un numero in addendi)
11	La scatola è piena	6 7	VA	Aritmetica ( $\times$ e $\div$ ) - Misure
12	L'anno scorso	6 7 8	CT	Logica
13	Il gioco dei dadi	7 8	LU	Logica - Aritmetica
14	Una sull'altra	7 8	VA	Geometria (isometrie)
15	La sala da ballo	7 8	Praga	Aritmetica – Grandezze e misure
16	2001 cubetti	7 8	SR	Aritmetica – Geometria - Misura
17	Un treno ... lungo	8	CT	Grandezze e misure - Aritmetica
18	La spirale dei numeri	8	6°RMT	Aritmetica - Logica

I problemi del RMT sono protetti da diritti di autore.

Per un'utilizzazione in classe deve essere indicata la provenienza del problema inserendo la dicitura "©ARMT".

Per un'utilizzazione commerciale, ci si può mettere in contatto con i coordinatori internazionali attraverso il sito Internet dell'associazione del Rally Matematico Transalpino (<http://www.armtint.org>).

**1. I GETTONI** (Cat. 3)

Antonio ha 30 gettoni da sistemare in alcune scatole.

Due scatole sono rosse e tre sono blu.

Antonio vuol mettere lo stesso numero di gettoni nelle scatole che hanno lo stesso colore.

**Trovate e indicate tutti i modi possibili di sistemare tutti i gettoni nelle scatole.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Aritmetica: addizione

**Analisi del compito**

- Trovare scomposizioni di 30 che soddisfino le consegne
- Verificare che tutte le soluzioni siano state trovate (successione di tentativi organizzati, ...) :
  - 6 gettoni in ciascuna scatola
  - 3 gettoni in ogni scatola rossa e 8 in ogni scatola blu
  - 9 gettoni in ogni scatola rossa e 4 in ogni scatola blu
  - 12 gettoni in ogni scatola rossa e 2 in ogni scatola blu

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Tutte le soluzioni (quattro) presentate chiaramente
- 3 Risposta incompleta: 3 soluzioni solamente
- 2 Risposta incompleta: 2 soluzioni
- 1 Una sola soluzione corretta
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 3**

**Origine: Bourg-en-Bresse**

## 2. RETTANGOLI! (Cat. 3, 4)

Giovanni ha fatto questo disegno e lo ha intitolato  *Rettangolo*.

Giulia gli dice che deve mettere una "i" al posto dell'ultima "o" nella parola  *Rettangolo* in quanto ce ne sono diversi e, guardando bene, se ne vedono molti.

**Quanti rettangoli si possono vedere su questo disegno?**

**Spiegate la vostra risposta.**



### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

Geometria: individuazione di figure in una figura complessa

Logica: organizzazione di un conteggio

#### Analisi del compito

- Riconoscere rettangoli in una figura complessa
- Scegliere una strategia di conteggio (ad esempio, contare i rettangoli "elementari" (5), poi quelli composti da due rettangoli "elementari" (5), poi quelli composti da tre rettangoli "elementari" (1) e da quattro rettangoli "elementari" (1)); organizzarsi per non dimenticarne alcuno.
- Saper giustificare la risposta in maniera esplicita (spiegazione, disegni e colorazione, ...)

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta (12 rettangoli) con giustificazione
- 3 Risposta corretta senza giustificazione o risposta 11 o 13 (un rettangolo dimenticato o uno contato due volte)
- 2 Conteggio parziale (risposta da 6 a 10) con traccia di giustificazione
- 1 Risposta 5 (solo i rettangoli "elementari" contati)
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 3, 4**

**Origine: Bourg-en-Bresse**

**3. LA COMBINAZIONE DELLA CASSAFORTE** (Cat. 3, 4)

Zio Paperone si trova davanti alla sua cassaforte.

Ha dimenticato la combinazione che gli permette di aprirla, ma si ricorda che:

- è un numero di tre cifre,
- è un numero maggiore di 400,
- non ci sono zeri,
- la cifra delle unità vale la metà di quella delle centinaia.

Zio Paperone è paziente e decide di provare tutti i numeri di questo tipo.

**Quanti numeri dovrà provare per essere sicuro di riuscire ad aprire la sua cassaforte?**

**Scriveteli tutti.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Aritmetica: numerazione, multipli

Combinatoria

**Analisi del compito**

- Capire che la cifra delle centinaia non può essere un numero minore di 4 né maggiore di 8, che è un numero pari (4-6-8) e dedurre le cifre delle unità (2-3-4)
- Capire che per ogni combinazione: centinaia-unità, ci sono 9 possibilità (le 9 cifre possibili per le decine). Si ottengono così 27 soluzioni: 412, 422, 432, 442, 452, 462, 472, 482, 492 - 613, 623, 633, 643, 653, 663, 673, 683, 693 - 814, 824, 834, 844, 854, 864, 874, 884, 894

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Elenco di tutte le possibilità (27)
- 3 Risposta 27, senza lista oppure una risposta con lista con una o due dimenticanze o una o due ripetizioni
- 2 Elenco con un numero di possibilità da 18 a 24
- 1 Elenco con un numero di possibilità da 4 a 17
- 0 Da 1 a 3 possibilità o incomprensione del problema

**Livello: 3 - 4**

**Origine: Parma**

**4. PULIZIE** (Cat. 3, 4, 5)

I 18 allievi della classe di Berta e i 24 allievi della classe di Gedeone hanno pulito la piazza del paese e le rive del ruscello.

Il panettiere è molto soddisfatto e per ringraziarli offre 14 pacchi di biscotti.

Berta propone che ogni classe prenda 7 pacchi.

Gedeone dice che non è giusto perché nella sua classe gli allievi sono di più.

**Quanti pacchi di biscotti deve ricevere ogni classe per non fare ingiustizie?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Aritmetica: suddivisione proporzionale

**Analisi del compito**

- Constatare che la suddivisione 7 - 7 non è equa
- Constatare che i 14 pacchi vanno divisi tra i  $18 + 24 = 42$  allievi delle due classi e che c'è 1 pacco per 3 allievi e dedurre la ripartizione: 6 ( $18 : 3$ ) e 8 ( $24 : 3$ )

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Risposta esatta (6 - 8) con dettaglio della ripartizione (1 pacco/ 3 allievi) e operazioni corrispondenti.
- 3 Risposta esatta (6 - 8) con spiegazione parziale
- 2 Risposta esatta (6 - 8) senza spiegazione (senza neanche aver fatto calcoli)
- 1 Risposta del tipo 5 - 9 o risposta 4 - 10 (6 di scarto)
- 0 Incomprensione del problema

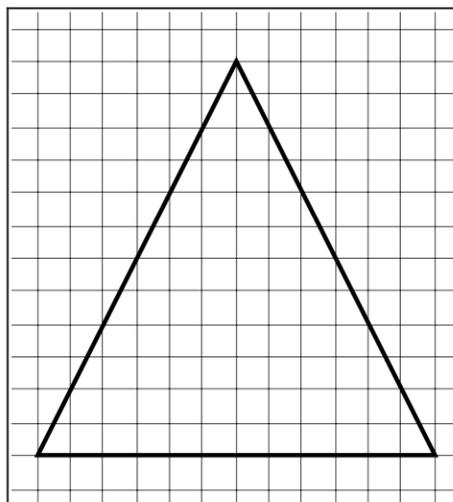
**Livello: 3, 4, 5**

**Origine: Suisse romande**

## 5. ALBERO DI NATALE (Cat. 3, 4, 5)

Da un cartoncino a forma quadrata con il lato di 30 quadretti, ritaglia dei triangoli isosceli tutti uguali che rappresentano alberi di Natale.

Come mostra il disegno, ogni albero di Natale ha una base di 12 unità e un'altezza di 12 unità (l'unità di misura è il lato di un quadretto).



**Quanti alberi interi si possono ritagliare dal foglio?**

**Quanti altri alberi interi potete costruire o ritagliare utilizzando la parte rimanente?**

### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

Geometria: pavimentazione, composizione di triangoli

#### Analisi del compito

- Disegnare il quadrato e disegnare gli 8 triangoli interni interi (all'interno del quadrato). I disegni o i ritagli mettono in evidenza anche 4 semi alberi di Natale
- Disegnare nella banda rettangolare che rimane altri 4 semi alberi
- Assemblare gli 8 semi alberi per formarne 4 interi in più o spiegare che le 8 metà permettono di costruire altri 4 alberi interi
- Vedere che con il pezzetto rimanente non si possono più fare alberi interi (ma solo una metà)

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta: 8 alberi interi più altri 4 ottenuti dai pezzi restanti
- 3 Risposta 8 alberi interi e 2 con ritagli, senza individuare gli alberi ricavabili dalla striscia rettangolare
- 2 Risposta: gli 8 alberi interi
- 1 Inizio di ricerca corretta
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 3 - 4 - 5**

**Origine: Valle d'Aosta**

**6. COLLEZIONE DI FRANCOBOLLI** (Cat. 4, 5, 6)

Pierino ha 45 francobolli, in parte italiani ed in parte francesi; vuole iniziare una collezione di soli francobolli italiani. Decide quindi di farsi dare francobolli italiani in cambio di francobolli francesi dal suo amico Andrea, che colleziona francobolli di tutto il mondo. L'accordo fra i due amici è il seguente:

3 francobolli francesi valgono 5 francobolli italiani

Alla fine degli scambi Pierino, tutto soddisfatto, possiede 51 francobolli tutti italiani.

**Quanti francobolli francesi aveva inizialmente Pierino?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Logica

Aritmetica: addizione, sottrazione e moltiplicazione

**Analisi del compito**

- Rendersi conto che ad ogni scambio Pierino guadagna 2 francobolli
- Dedurre che Pierino ha effettuato 3 scambi perché alla fine ha guadagnato 6 francobolli:  $51 - 45$
- Tener conto del fatto che in ogni scambio intervengono 3 francobolli francesi e quindi capire che Pierino inizialmente possedeva 9 francobolli francesi
- Oppure: scrivere la sequenza che si ottiene a partire da 45 togliendo 3 e aggiungendo 5 fino ad arrivare a 51 ( $45 - 3 + 5 = 47$ ;  $47 - 3 + 5 = 49$ ;  $49 - 3 + 5 = 51$ ) e contare quanti francobolli francesi sono stati scambiati

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Risposta giusta (9 francobolli) con spiegazione
- 3 Risposta giusta con spiegazione incompleta
- 2 Risposta giusta senza spiegazione oppure ragionamento corretto, ma errore di calcolo
- 1 Inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 4 - 5 - 6**

**Origine: Siena**

**7. UNA STRANA CALCOLATRICE** (Cat. 4, 5, 6)

Una strana calcolatrice permette solo di moltiplicare per 2 o di sottrarre 2.

Sulla calcolatrice appare attualmente scritto il numero 15.

**Qual è il numero minimo di operazioni da effettuare per ottenere 200 a partire dal numero 15?**

**Indicate tutti i vostri passaggi.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Aritmetica: operazioni; multipli e sottomultipli

**Analisi del compito**

- Si può osservare che raddoppiando due volte a partire da 50, si ottiene 200 in due tappe (o passaggi) (100, 200). Non si può ottenere 50 direttamente raddoppiando a partire da 15 (30, 60) bisogna tornare indietro 5 volte per passare da 60 a 50 sottraendo 2. Da cui una soluzione, in 9 operazioni: 15, 30, 60, 58, 56, 54, 52, 50, 100, 200.
- Ci si può allora chiedere se esiste un'altra soluzione con una procedura più rapida. Si può ottenere 52, in 2 tappe, a partire da 13: 13, 26, 52. Da cui la soluzione in 6 operazioni: 15, 13, 26, 52, 50, 100, 200.

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Risposta corretta (6 operazioni) con indicazione delle operazioni e dei passaggi effettuati
- 3 Risposta corretta (6 operazioni) con i passaggi effettuati senza dettaglio delle operazioni né dei tentativi effettuati
- 2 Risposta non ottimale (da 7 a 9 operazioni) con i passaggi effettuati oppure risposta 6 operazioni solamente
- 1 Risposta non ottimale (più di 9 operazioni) con i passaggi effettuati
- 0 Incomprensione del problema oppure risposta diversa da quella corretta senza alcun passaggio o dettaglio

**Livello: 4 - 5 - 6**

**Origine: Siena**

## 8. IL CASTELLO (Cat. 5, 6)

Il re vuole abbellire il suo castello: vuole che sul pavimento del corridoio siano messe mattonelle quadrate tutte uguali.

Può scegliere tra tre tipi di mattonelle:

- mattonelle piccole di 20 cm di lato,
- mattonelle medie di 25 cm di lato,
- mattonelle grandi di 30 cm di lato.

Il re si rende conto che può far mettere in corridoio mattonelle piccole oppure mattonelle medie, o ancora, mattonelle grandi: in ognuno dei tre casi il corridoio sarà ricoperto esattamente con mattonelle tutte uguali.

Si sa anche che per percorrere tutta la lunghezza del corridoio il re fa 10 passi regolari di un po' meno di un metro.

**Qual è la lunghezza del corridoio del castello?**

**Giustificate la vostra risposta.**

---

### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

Aritmetica: nozione di multiplo

Geometria: addizione di lunghezze

#### Analisi del compito

- Capire che si lavora solo sulla lunghezza del corridoio e sulla dimensione del lato di una mattonella
- Individuare le informazioni: le mattonelle devono essere uguali. Con lo stesso tipo di mattonelle giustapposte si ottiene esattamente la lunghezza del corridoio e questo è vero per ogni tipo di mattonelle; la lunghezza totale è un po' inferiore a 10 m
  - Tradurre le 3 prime informazioni in termini di calcolo:
  - ricerca di multipli comuni a 20, 25, 30, cioè : 300, 600, 900, 1200...
  - oppure ricerca di numeri che si possono ottenere con addizioni reiterate di 20, 25, o 30.
  - Questa ricerca può essere fatta per tentativi, o tramite confronto
- Convertire 10 m in 1000 cm
- Scegliere tra le soluzioni quella che è immediatamente inferiore a 1000 cm, cioè 900 cm o 9 m.
- Altra soluzione: tentativi di divisione di 1000, poi di interi minori di 1000 per 20, 25, e 30, in modo da ottenere quozienti interi. Si può anche ottenere la soluzione 900 per tentativi, avendo o meno stabilito che non ce ne sono altre più vicine a 1000 (questa ricerca può portare al risultato se si osserva che si deve lavorare solo su multipli di 10).

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta 9 m, o 900 cm, con giustificazione (che spiega la scelta di 900 cm o 9 m, tra gli altri multipli comuni)
- 3 Risposta corretta con il metodo dei tentativi di divisione, senza giustificare che è la più vicina a 10 m
- 2 Risposta 12 m, 6 m o 3 m, con giustificazione (qualunque sia il metodo seguito)
- 1 Risposta corretta senza alcuna spiegazione
- 0 Altri tipi di risposta o incomprensione del problema

**Livello: 5, 6**

**Origine: Praga**

## 9. La CHIUSURA DEL BAR (Cat. 5, 6)

È l'ora di chiusura del bar. Bisogna pulire per terra. Il barman ha messo le seggiole e gli sgabelli sui tavoli.

Nel bar ci sono:

- 3 tavoli quadrati che hanno ognuno quattro gambe,
- tavoli rotondi che hanno ciascuno una sola gamba centrale
- seggiole che hanno ciascuna quattro gambe,
- sgabelli che hanno ognuno tre gambe.

Su ciascun tavolo quadrato il barman ha messo 4 seggiole. Su uno dei tavoli rotondi ha messo due sgabelli. Su ognuno degli altri tavoli rotondi ha messo 2 seggiole.

Il barman conta le gambe di tavoli, seggiole e sgabelli: ne trova in totale 94.

**Quanti tavoli ci sono nel bar?**

**Spiegate come avete trovato la vostra risposta.**

### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

Aritmetica: le quattro operazioni

#### Analisi del compito

- Pianificazione della procedura:
- organizzare il conteggio delle gambe "note", cioè, per i tavoli rotondi:  $1 + (3 \times 2) = 7$  e per i tre tavoli quadrati:  $(3 \times 4) + (3 \times (4 \times 4)) = 60$ , cioè 67 in tutto
  - dedurre il numero di gambe sugli altri tavoli rotondi:  $94 - 67 = 27$
  - dividere per il numero di gambe su uno di tali tavoli:  $1 + (2 \times 4) = 9$ ; poi  $27 : 9 = 3$
  - determinare il numero totale di tavoli:  $3 + 1 + 3 = 7$
- Una procedura per tentativi, con ipotesi sul numero di tavoli rotondi con due seggiole sopra, è comunque possibile. Per esempio, calcolo del numero di gambe con due tavoli rotondi con 4 seggiole sopra:  $(9 \times 2) + (3 \times 20) + 7 = 75$ , troppo piccolo, con aggiustamenti

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta esatta (7), con giustificazione dettagliata della procedura: calcoli o spiegazione dei passaggi, o spiegazione dei tentativi, o ancora disegno dettagliato
- 3 Risposta esatta con giustificazione piuttosto parziale, o risposta "3 tavoli rotondi con due seggiole" e spiegazione completa
- 2 Risposta "3 tavoli rotondi con due seggiole"  
oppure un solo errore di calcolo, spiegazione corretta  
oppure dettaglio corretto per le 67 gambe e successione errata
- 1 Risposta esatta senza spiegazioni o inizio di ricerca coerente (conteggio delle gambe "note", o tentativi con ipotesi sul numero di tavoli rotondi con seggiole sopra)
- 0 Altri tipi di risposte o incomprensione del problema

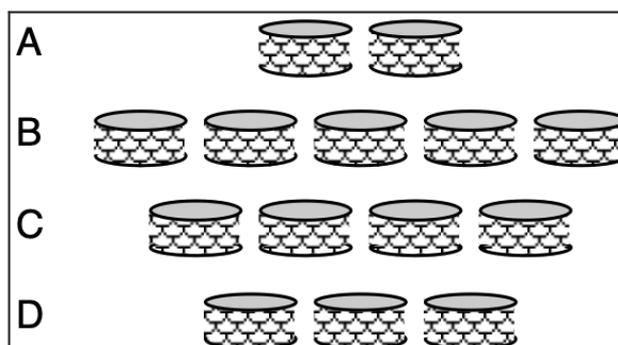
**Livello: 5, 6**

**Origine: Suisse Romande**

## 10. LE UOVA DI ANASTASIA (Cat. 5, 6, 7)

Ecco le quattro file di nidi dove, ogni settimana, la gallina Anastasia depone le sue uova seguendo queste regole:

- un uovo tutti i giorni dal lunedì al sabato e due la domenica,
- ogni settimana Anastasia depone almeno un uovo su ogni fila,
- mai più di un uovo per nido,
- mai una fila di nidi è completamente riempita.



Alla fine della settimana il numero di uova di ciascuna fila, nell'ordine A, B, C, D, permette di formare un numero di quattro cifre (per esempio, se Anastasia ha deposto 1 uovo nella fila A, 3 uova nella fila B, 2 uova in C e 2 uova in D, il numero formato è 1322).

**Quali sono tutti i numeri che si possono ottenere in una settimana con le uova di Anastasia?**

**Indicate come avete trovato questi numeri.**

### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

Aritmetica: scomposizione di un numero in addendi diversi

#### Analisi del compito

- Capire che la gallina depone 8 uova alla settimana e che il posto delle uova nei nidi di una fila non è influente - va preso in considerazione solo il numero di uova per fila
- Interpretare le informazioni (nessuna fila vuota, nessuna fila completa) e considerare 1 uovo nella fila A, da 1 a 4 nella fila B, da 1 a 3 nella fila C, 1 o 2 nella fila D
- Le informazioni obbligano a sistemare 2 o 3 uova nelle file A e D, restano dunque 6 o 5 uova da ripartire nelle file B e C. Capire che nella riga D ci potranno essere sia 1 uovo, sia 2 uova
- Esaminare i diversi casi possibili e trovare le 5 soluzioni: 1421, 1331, 1412, 1322 e 1232
- Oppure fare un inventario di tutte le combinazioni possibili di 4 numeri (lista o diagramma) e considerare solo quelle la cui somma è 8

(Sarà interessante osservare se gli allievi noteranno che per le uova messe in una certa riga è solo il numero delle uova che è importante e non la scelta delle caselle vuote e riempite).

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 I 5 numeri (1232, 1322, 1331, 1412, 1421) con spiegazioni o giustificazione
- 3 I 5 numeri corretti senza spiegazioni oppure 4 numeri corretti con spiegazioni
- 2 3 o 4 numeri corretti oppure 4 o 5 disegni differenti corretti, senza indicazione dei numeri
- 1 1 o 2 numeri corretti oppure alcuni disegni corretti senza indicazioni dei numeri
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 5 - 6 - 7**

**Origine: Lussemburgo**

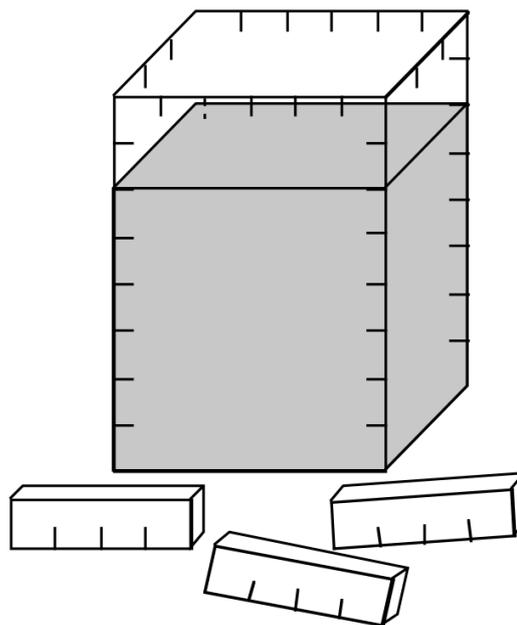
## 11. LA SCATOLA È PIENA (Cat. 6, 7)

Marina ha una bella scatola di plastica trasparente nella quale ha già versato dell'acqua fino alla sesta tacca. Ora si diverte a lasciarvi scivolare dentro dei mattoncini, uno ad uno, come quelli del disegno, che vanno a fondo. Ad un certo punto però si ferma perché si rende conto che, se ne mettesse ancora uno, l'acqua traboccherebbe dalla scatola.

**Quanti mattoncini ha messo Marina nella scatola?**

**Spiegate la vostra risposta.**

*(Le dimensioni della scatola e dei mattoncini della figura sono numeri interi di unità, indicate dalle tacche sui disegni)*



### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

Aritmetica: moltiplicazione, divisione

Misure e grandezze: volume.

#### Analisi del compito

- Capire che il volume dei mattoncini immersi è equivalente a quello dello spazio tra il livello iniziale e il livello finale dell'acqua
- Calcolare il volume di un mattoncino, 4, e quello dello spazio da riempire  $(3 \times 6 \times 2) = 36$ . Effettuare la divisione  $(36 : 4 = 9)$  per ottenere il numero di mattoncini oppure calcolare il volume della scatola, sottrarre il volume dell'acqua e dividere per il volume di un mattoncino  $((6 \times 3 \times 8) - (6 \times 3 \times 6)) = 36, 36 : 4 = 9$

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 Soluzione esatta (9 mattoncini) con spiegazione
- 3 Soluzione esatta (9 mattoncini) con spiegazione incompleta o poco chiara
- 2 Soluzione esatta (9 mattoncini) senza spiegazione oppure risposta "6 mattoncini interi e 6 metà" oppure soluzione sbagliata per errore di calcolo, con spiegazione
- 1 Inizio corretto di risoluzione, ad esempio calcolo del volume da riempire
- 0 Incomprensione del problema

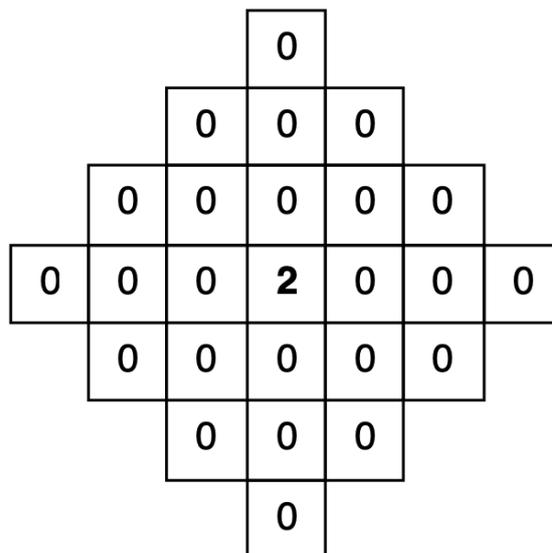
**Livello:** 6 - 7

**Origine:** Valle d'Aosta

## 12. L'ANNO SCORSO (Cat. 6, 7, 8)

Partite dalla casella che contiene la cifra 2.  
Spostatevi tre volte di una casella,  
orizzontalmente o verticalmente senza mai  
ritornare sui vostri passi.

Annotate le cifre delle caselle del vostro  
percorso.



**Quanti percorsi differenti permettono  
di ottenere la sequenza 2 - 0 - 0 - 0?**

**Spiegate come avete fatto a trovare la  
risposta.**

### ANALISI A PRIORI

#### Ambito concettuale

Logica: spostamenti con rispetto di regole  
Elaborazione di una strategia di una ricerca

#### Analisi del compito

- Comprendere che partendo dalla casella centrale (quella contenente la cifra 2) ci si può spostare in quattro direzioni.
- Suddividere la figura in 4 settori a partire dalla casella centrale lungo le direzioni verticali e orizzontali. Capire che ciascuno di questi settori consente 8 percorsi, che porta ad un totale di 32. Ma procedendo così, i 4 percorsi corrispondenti a spostamenti solo orizzontali o solo verticali sono contati due volte. Ci sono dunque  $32 - 4 = 28$  percorsi che permettono di ottenere la sequenza 2000 che porta fino al bordo della figura, ai quali bisogna ancora aggiungere gli 8 percorsi che arrivano su una casella vicina a quella centrale. In totale 36 percorsi  
oppure organizzare le combinazioni tramite multipli successivi: primo passo: 4 possibilità; secondo passo: 3 possibilità; terzo passo: 3 possibilità, in totale:  $4 \times 3 \times 3 = 36$  percorsi
- oppure rappresentare in modo chiaro i differenti percorsi organizzando le rappresentazioni in modo da non dimenticarne alcuno

#### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta corretta e completa: 36 possibilità (con dettaglio di tutti i percorsi o dei percorsi per settori oppure con argomentazione)
- 3 Risposta corretta ma con evidenziazione dei percorsi poco chiara o con evidenziazione ma una dimenticanza (31 percorsi)
- 2 Risposta "24 percorsi" con dimenticanza di 8 possibilità che non raggiungono le caselle verso i bordi oppure "32 percorsi" o "40 percorsi" con dimenticanze del tipo precedente o ripetizioni oppure da 33 a 39 percorsi, con errore di conteggio
- 1 Inizio corretto di ricerca (da 16 a 30 percorsi, esclusi i casi del punteggio 2)
- 0 Incomprensione del problema o meno di 16 percorsi

**Livello: 6-7-8**

**Origine: Canton Ticino**

### 13. IL GIOCO DEI DADI (Cat. 7, 8)

4 amici hanno ognuno un dado che lanciano nello stesso momento.

I dadi hanno colori diversi: uno verde, uno rosso, uno nero e uno bianco.

2 giocatori formano la squadra verde-bianca (VB), gli altri due giocatori la squadra rosso-nera (RN).

Il risultato della squadra VB è il prodotto dei numeri visibili sul dado verde e sul dado bianco.

Il risultato della squadra RN è la somma dei numeri visibili sul dado rosso e sul dado nero.

La squadra che ottiene il risultato più alto vince.

Ma attenzione! Un gioco viene preso in considerazione solo se le condizioni seguenti sono rispettate:

- i 4 numeri indicati sui dadi devono essere differenti e
- la squadra VB deve aver lanciato il più piccolo e il più grande dei 4 numeri (e di conseguenza la squadra RN i due numeri in mezzo).

**Quale squadra ha le maggiori possibilità di vincita?**

**Giustificate la vostra risposta.**

---

#### ANALISI A PRIORI

##### Ambito concettuale

Logica

Aritmetica: conteggio

##### Analisi del compito

- Notare che i lanci con risultati differenti sui 4 dadi non sono molto numerosi e scriverne la lista: 1234, 1235, 1236, 1245, 1246, 1256, 1345, 1346, 1356, 1456, 2345, 2346, 2356, 2456 e 3456, che porta a 15 possibilità (in ordine)
- Osservare che, tenendo conto dei colori, ci sono quattro casi accettabili (sui 24) per ognuna delle 15 possibilità precedenti: V-R-N-B, V-N-R-B, B-R-N-V, B-N-R-V, che daranno ognuno lo stesso prodotto  $V \times B$  e la stessa somma  $N + R$
- Constatere che in 7 casi il prodotto dei due termini esterni è inferiore alla somma dei due termini interni, (esempio 1234;  $1 \times 4 < 2 + 3$ ), che in 6 casi è superiore (ad esempio 3456,  $3 \times 6 > 4 + 5$ ) e in 2 casi è uguale (1235 e 1246)
- Dedurre che il gioco è (leggermente) favorevole alla squadra RN.

##### Attribuzione dei punteggi

- 4 Risposta esatta (squadra RN) con spiegazioni precise
- 3 Risposta esatta con spiegazioni accettabili, ma non esaurienti
- 2 Risposta (esatta o no) logicamente coerente con i casi esaminati (p. es. uno o due casi sono stati dimenticati) con spiegazione
- 1 Inizio di ricerca corretta, ma senza conclusione oppure con risposta esatta "indovinata"
- 0 Incomprensione del problema

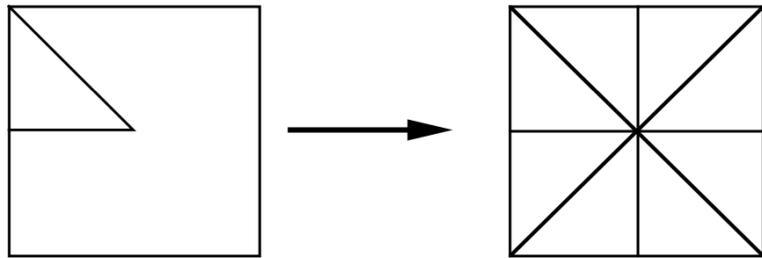
**Livello: 7 - 8**

**Origine: Lussemburgo**

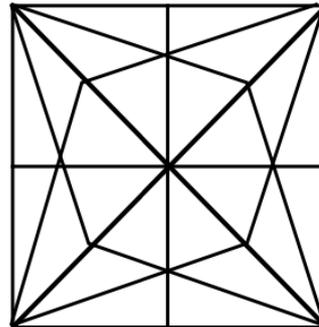
**14. UNA SULL'ALTRA** (Cat. 7, 8)

Priscilla gioca con delle tessere trasparenti sulle quali ha disegnato una figura. Ha scoperto che sovrapponendole, si creano nuove figure.

Sovrapponendo 4 tessere, con la stessa figura (a sinistra) composta di due segmenti, si ottiene la figura di destra:



Priscilla prova con altre 4 tessere che hanno un altro disegno, ottenuto tracciando tre segmenti, e ottiene la figura qui a fianco.



**Qual è il disegno, composto da tre segmenti, che è necessario fare sulle tessere per poter ottenere l'ultima figura? Esistono più soluzioni?**

**Spiegate la vostra risposta.**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

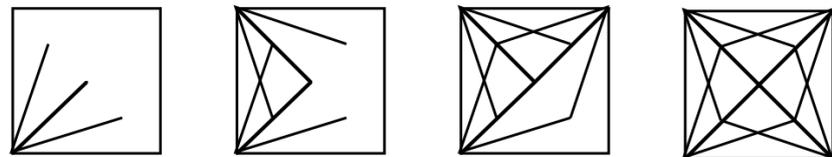
Geometria: rotazioni, simmetrie, ribaltamenti

**Analisi del compito**

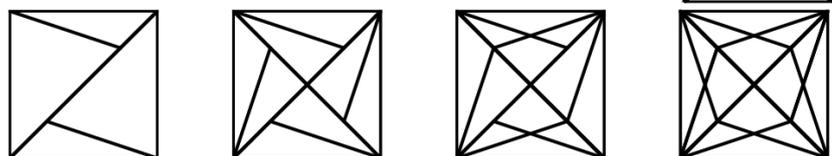
- Scegliere tre segmenti e provare a ruotare o a ribaltare
- Rappresentare le tappe ad ogni rotazione o simmetria o ribaltamento, ci sono almeno due soluzioni

- Possibilità di due soluzioni

- esempio di soluzione con rotazioni successive



- esempio di soluzione con rotazioni e ribaltamenti

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Due (o più) soluzioni corrette con tutte le tappe successive o con l'uso di 4 colori
- 3 Due soluzioni corrette senza spiegazione o una soluzione corretta con spiegazione
- 2 Una soluzione, senza spiegazione
- 1 Inizio di ricerca, con alcuni errori
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 7 – 8**

**Origine: Valle d'Aosta**

**15. SALA DA BALLO** (Cat. 7, 8)

Un re deve ristrutturare la sala da ballo del suo castello che è a pianta quadrata, con mattonelle quadrate, tutte della stessa grandezza e intere, tali da ricoprire tutto il pavimento senza dover ritagliare alcuna mattonella.

L'architetto dice al suo re: "Puoi scegliere tra tre tipi di mattonelle: piccole di 20 cm di lato, medie di 25 cm di lato e grandi di 30 cm di lato.

- Se utilizzi le piccole ne necessitano più di 3000.
- Se utilizzi le medie ne necessitano meno di 4000.
- Se utilizzi le grandi ne necessitano più di 2000."

**Quali sono le dimensioni della sala da ballo?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Aritmetica: multipli e divisori

Grandezze e misure: calcolo dell'area di un quadrato e ricerca del lato (estrazione di radice quadrata)

**Analisi del compito**

- Calcolare l'area dei tre tipi di mattonelle (0,04, 0,0625 e 0,09) e dedurre quella delle superfici possibili da ricoprire:  $>120 \text{ m}^2$ ,  $<250 \text{ e}>180$ , dunque tra 180 e  $250 \text{ m}^2$
- Dedurre, tramite il calcolo di radici quadrate che il lato della sala ha una misura che è compresa fra 13,41 m e 15,81 m
- Cercare i multipli comuni di 20, 25 e 30: 300, 600, 900, 1200, 1500, ... che sono le possibili misure della sala quadrata
- Verificare che l'unica misura possibile (data da un multiplo comune di 20, 25 e 30 compreso tra 1341 e 1581) è 1500 (15 m)
- Calcolare il numero di mattonelle di ciascun tipo corrispondente a queste misure e che rispettano le consegne: più di 3000 mattonelle piccole da 12 m (3600), meno di 4000 medie sotto i 15 m (3600), più di 2000 grandi da 15 m (2500), e dedurre che va bene solo la possibilità 15 m

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Risposta corretta con spiegazione soddisfacente
- 3 Risposta corretta con spiegazione incompleta
- 2 Risposta corretta senza spiegazione oppure procedimento corretto con errori di calcolo
- 1 Inizio di ragionamento corretto
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 7 - 8**

**Origine: Praga**

**16. 2001 CUBETTI** (Cat 7, 8)

Giulia accatosta pazientemente i 2001 cubetti del suo gioco di costruzioni e ottiene un parallelepipedo rettangolo pieno (senza buchi), che mette davanti a lei sul tavolo.

Osservando il suo parallelepipedo dall'alto e poi da ognuno dei quattro lati constata che più della metà dei cubetti sono invisibili.

**Trovate il numero dei cubetti visibili del parallelepipedo di Giulia.**

**Spiegate la vostra soluzione.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Aritmetica: scomposizione in fattori

Geometria: parallelepipedo rettangolo

Misure: calcolo del volume del parallelepipedo rettangolo

**Analisi del compito**

- Trovare le dimensioni intere possibili di un parallelepipedo rettangolo di  $2001 \text{ cm}^3$  mediante scomposizione del 2001 in prodotto di 3 fattori:  $1 \times 1 \times 2001$ ,  $1 \times 23 \times 89$ ,  $1 \times 29 \times 69$ ,  $3 \times 23 \times 29$
- Scegliere l'unico possibile: quello che ha dei cubetti invisibili (che non ha una dimensione di 1):  $3 \times 23 \times 29$
- Considerare il modo adeguato di posare il parallelepipedo:  $23 \times 29 \times 3$  sulla faccia maggiore
- Contare i cubetti visibili (867) in maniera ordinata

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Risposta esatta con spiegazioni dettagliate indicanti in particolare perché bisogna eliminare le altre due maniere di posare il parallelepipedo
- 3 Risposta esatta con spiegazioni ma senza menzione dei diversi modi di posare il parallelepipedo sul tavolo
- 2 Risposta approssimata, determinazione del parallelepipedo  $3 \times 23 \times 29$  e un errore di conteggio dei cubetti, per es.: faccia superiore e facce laterali dei due piani inferiori senza togliere i cubetti comuni  $(23 \times 29) + 2 \times (23 \times 2) + 2 \times (29 \times 2) = 875$
- 1 Inizio di ragionamento coerente ma più di un errore nel conteggio o nei calcoli
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 7 - 8**

**Origine: Suisse romande**

**17. UN TRENO ... LUNGO** (Cat. 8)

Un treno che viaggia a 45 km orari ne incontra un altro che viaggia in senso opposto a 36 km orari.

Un passeggero del primo treno si accorge che il secondo treno impiega 6 secondi per passare davanti a lui.

**Quanto è lungo il secondo treno?**

**Spiegate il vostro ragionamento.**

---

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Grandezze e misure: velocità, moto uniforme

Aritmetica: trasformazione km/h in m/sec

**Analisi del compito**

- Capire che la velocità relativa del passeggero sul primo treno, rispetto al movimento del secondo, è di  $36 \text{ km/h} + 45 \text{ km/h} = 81 \text{ km/h}$
- Trasformare 81 km/h in 22,5 m/sec ( $81000 : 3600$ )
- Stabilire la lunghezza del treno (135m)

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 Risposta corretta (135 m) con spiegazione esauriente
- 3 Risposta corretta con spiegazione incompleta o insoddisfacente
- 2 Ragionamento corretto con errori di calcolo o risposta corretta senza spiegazione
- 1 Calcolo della velocità relativa (81 km/h) o calcolo di almeno una delle due velocità espresse in m/sec (12,5 –10)
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 8**

**Origine: Canton Ticino**

**18. La SPIRALE DI NUMERI** (Cat. 8)

I numeri da 1 a 51 sono già scritti nella spirale. Il numero 51 si trova nella quarta colonna a destra di quella del numero 1 e nella seconda riga sotto quella del numero 1.

**Se si continua così, dove si troverà il numero 2001?**

37	36	35	34	33	32	31	
38	17	16	15	14	13	30	
39	18	5	4	3	12	29	
40	19	6	1	2	11	28	
41	20	7	8	9	10	27	
42	21	22	23	24	25	26	51
43	44	45	46	47	48	49	50

**Spiegate come avete trovato la vostra risposta.**

**ANALISI A PRIORI****Ambito concettuale**

Aritmetica: successioni

Logica

**Analisi del compito**

- Osservare come è stata costruita la spirale e, eventualmente, prolungarla di qualche giro
- Rendersi conto che bisogna trovare un altro metodo di ricerca alternativo alla costruzione fino al numero 2001 che è lungo e poco affidabile e osservare delle regolarità, ad esempio:
  - i quadrati dei numeri dispari si susseguono in "obliquo" verso il basso a destra a partire da 1,
  - i quadrati dei numeri pari si susseguono in "obliquo" verso l'alto a sinistra a partire da 4,
  - orizzontalmente, a partire da 1, verso destra, si osserva la successione 1, 2, 11, 28, le cui differenze successive sono 1, 9, 17, e di cui le differenze successive sono costanti (8), cosa che permette di ritornare alle prime differenze 1, 9, 17, 25, 33, e alla riga 1, 2, 11, 28, 53, 86, 127, 176, 233...
- A partire da uno dei riferimenti evidenziati prima, situare 2001 nella sua riga e nella sua colonna: per esempio a partire dai quadrati dei numeri dispari:  $2025 = 45^2$  si situa sulla riga 22 sotto l'1 e sulla colonna 22 a destra, e 2001 si troverà sulla stessa riga, ma 24 colonne più a sinistra, cioè sulla prima colonna a sinistra di 1.

**Attribuzione dei punteggi**

- 4 La soluzione: 22esima riga sotto l'1 e prima colonna a sinistra di 1, con descrizione del metodo di ricerca
- 3 La soluzione corretta, senza spiegazione, o un "piccolo" errore di una o due righe e colonne, con descrizione del metodo
- 2 Errore di più di due righe e colonne con descrizione del metodo
- 1 Scoperta di qualche regolarità
- 0 Incomprensione del problema

**Livello: 8**

**Origine: 6° RMT, finale**